

Prof. Dr. Eckehard Schöll, PhD
 Dr. Anna Zakharova
 Dr. Wassilij Kopylov
 Alexander Kraft

5. Übungsblatt – Theoretischen Physik IV

Abgabe: Di. 30. 05. 2017 bis 12:00 Uhr im Briefkasten am Ausgang des ER-Gebäudes

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in 3er-Gruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummer und das Tutorium an!

Aufgabe 1 (10 Punkte): Fermionen und Bosonen

Wir betrachten ein quantenmechanisches System wechselwirkungsfreier Teilchen mit dem Ein-Teilchen-Energieniveau E_0 . Ein Mikrozustand wird durch die Besetzungszahl n charakterisiert. Es gilt $n \in \{0, 1\}$ für Fermionen und $n \in \{0, 1, 2, \dots\}$ für Bosonen.

1. Berechnen Sie die großkanonische Zustandssumme für Fermionen und Bosonen.
2. Wie lauten jeweils die mittleren Teilchenzahlen $\langle n \rangle$?

Alternativ kann man das System auch als eine Verteilung auf einem Fock-Raum (Summe von N -Teilchen-Hilbert-Räumen) auffassen. Das heißt: Das System habe die Ein-Teilchen-Energieniveaus E_i ($i = 1, \dots, \infty$), die jeweils mit n_i Fermionen oder Bosonen besetzt werden. Ein Fock-Zustand ist dann beschrieben durch $|n_1, \dots, n_i, \dots\rangle$.

3. Wie lautet auf diesem Raum der Hamilton-Operator?
4. Berechnen Sie in diesem Formalismus den Erwartungswert des Teilchenzahloperators $\langle \hat{N} \rangle = \text{tr}(\hat{\rho} \hat{N})$.
5. Zeichnen Sie die Besetzungswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von der Energie für beide Teilchensorten.
6. Berechnen Sie die Shannon-Information I .

Aufgabe 2 (10 Punkte): Statistischer Operator gemischter Zustände

Im Folgenden sei $\hat{\rho}$ ein statistischer Operator $\hat{\rho} = \sum_{\alpha} P_{\alpha} |\alpha\rangle \langle \alpha|$ eines gemischten Zustands.

1. Leiten Sie zunächst aus der Schrödinger-Gleichung mit dem Hamilton-Operator \hat{H} folgende Gleichung (*von-Neumann-Gleichung*) her:

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}].$$

Zeigen Sie nun folgende Eigenschaften:

2. $\langle \hat{A} \rangle = \text{tr}(\hat{\rho} \hat{A})$
3. $\text{tr}(\hat{\rho}) = 1$
4. $\hat{\rho}^2 \neq \hat{\rho}$ und $\text{tr}(\hat{\rho}^2) < 1$, falls $P_{\alpha} \neq 0$ ist für mehr als ein α
5. $\hat{\rho}^+ = \hat{\rho}$
6. Es seien die Operatoren $\hat{\rho}_{\nu}$ Dichtematrizen, die folglich die Bedingungen aus Teilaufgaben (2)-(5) erfüllen, und $P_{\nu} \geq 0$, $\sum_{\nu} P_{\nu} = 1$. Zeigen Sie, dass $\sum_{\nu} P_{\nu} \hat{\rho}_{\nu}$ ebenfalls diese Bedingungen erfüllt.

5. Übung TP IV SS 2013

- Vorlesung:**
- Mittwoch 12:15 Uhr – 14:00 Uhr im EW 203.
 - Freitag 8:15 Uhr – 10:00 Uhr im EW 203.
- Tutorien:**
- Mo, 14–16 Uhr, EW 229 (Wassilij Kopylov).
 - Mi, 10–12 Uhr, EW 229 (Alexander Kraft).
 - Do, 10–12 Uhr, EW 731 (Anna Zakharova).
- Klausur:**
- Freitag, den 14.07.2017, von 8:00 – 10:00 Uhr im H 3010.
- Scheinkriterien:**
- Mindestens 50% der Übungspunkte.
 - Bestandene Klausur.
 - Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien.

Literatur zur Lehrveranstaltung:

Siehe auch Semesterapparat in der Physikbibliothek.

- Friedrich Schlögl: Probability and Heat (Vieweg 1989)
- Franz Schwabl: Statistische Mechanik (Springer 2000)
- Frederick Reif, Wolfgang Muschik: Statistische Physik und Theorie der Wärme
- Wolfgang Nolting: Grundkurs Theoretische Physik Bd. 4 und 6 (Springer)
- Harald Stumpf, Alfred Rieckers: Thermodynamik Bd. I (Vieweg 1976)
- Peter Theodore Landsberg: Thermodynamics and Statistical Mechanics (Paperback 1990)
- Peter Theodore Landsberg (ed.): Problems in Thermodynamics and Statistical Physics
- Jürgen Schnakenberg: Thermodynamik und Statistische Physik (VCH 2000)
- Lew D. Landau, Jewgeni M. Lifschitz: Bd V, Statistische Physik
- Charles Kittel: Physik der Wärme
- Herbert B. Callen: Thermodynamics
- Richard Becker: Theorie der Wärme
- Wolfgang Weidlich: Thermodynamik u. Statistische Mechanik
- Kerson Huang: Statistische Physik

Sprechzeiten:	Name	Tag	Zeit	Raum	Tel.
	Prof. Dr. E. Schöll, PhD		nach Vereinbarung	EW 735	23500
	Dr. Anna Zakharova	Di.	15:00–16:00 Uhr	ER 244	28948
	Dr. Wassilij Kopylov	Mi.	15:30–16:30 Uhr	EW 146	21776
	Alexander Kraft	Di	13–14 Uhr	EW 269	28852