Prof. Dr. Andreas Knorr
Dr. Marten Richter

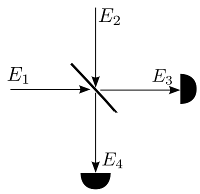
9. Übungsblatt – Theoretische Physik VI: Theoretische Optik

Abgabe: Bis Mittwoch, den 5.7.2017 in der Übung

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe erfolgt in Dreiergruppen.

Aufgabe 1 (10 Punkte): *HBT-Experiment und $g^{(2)}$ Funktion*

Wir betrachten in dieser Aufgabe die Messung von korrelierten Photonen für jeweils einmodige



Felder mittels eines Strahlteilers: Photonen können in dem Aufbau durch die Moden $\mathbf{E}_1$ und $\mathbf{E}_2$ eingestrahlt werden. Nach Reflektion und Transmission erreichen die Photonen der Moden $\mathbf{E}_3$ und $\mathbf{E}_4$ die Photonendetektoren D_3 und D_4.

1. Begründen Sie den Ansatz in Analogie zu den Rechnungen an einer eindimensionalen Schicht (siehe Vorlesung):
$$\mathbf{E}_3 = r\mathbf{E}_2 + t\mathbf{E}_1 \tag{1}$$
$$\mathbf{E}_4 = r\mathbf{E}_1 + t\mathbf{E}_2. \tag{2}$$
Wie könnten die Faktoren r und t z.B. berechnet werden? (Hier, nur verbal argumentieren).

2. Seien c_1, c_2, c_3, c_4 die jeweils zu den Feldern $\mathbf{E}_1$, $\mathbf{E}_2$, $\mathbf{E}_3$ und $\mathbf{E}_4$ gehörigen bosonische Vernichtungsoperatoren. Wie hängt dann c_1, c_2 von c_3 und c_4 ab? (Analogieschluss reicht aus).

3. Welche kanonischen Vertauschungsrelationen müssen für die Operatoren c_1, c_2, $c_1^\dagger$ und $c_2^\dagger$ der eingestrahlten Felder gelten?

4. Die kanonischen Vertauschungsrelationen müssen auch für die Operatoren c_3, c_4, $c_3^\dagger$ und $c_4^\dagger$ der auslaufenden Felder gelten. Welche Bedingungen für r und t können daraus abgeleitet werden?

5. Welche Bedingung folgt für r und t aus der Energieerhaltung?

6. Welcher Phasensprung für r folgt aus diesen Beziehungen? (Hier soll $t = t^*$ angenommen werden.)

7. Die beiden Detektoren messen die Photonen in den Moden $\mathbf{E}_3$ und $\mathbf{E}_4$ zeitlich korreliert mit Hilfe einer Zeitverzögerung τ. Dies entspricht der Messgröße:
$$\tilde{g}^{(2)}(\tau) = \frac{\langle c_3^\dagger(t) c_4^\dagger(t+\tau) c_4(t+\tau) c_3(t)\rangle}{\langle c_3^\dagger(t) c_3(t)\rangle \langle c_4^\dagger(t+\tau) c_4(t+\tau)\rangle}. \tag{3}$$
Zeigen Sie für $\tau = 0$ und keine Photonen in der Mode $\mathbf{E}_2$, dass $\tilde{g}^{(2)}(\tau)$ der Funktion
$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle c_1^\dagger(t) c_1^\dagger(t+\tau) c_1(t+\tau) c_1(t)\rangle}{\langle c_1^\dagger(t) c_1(t)\rangle \langle c_1^\dagger(t+\tau) c_1(t+\tau)\rangle} \tag{4}$$
entspricht. $g^{(2)}(\tau)$ ist eine beliebte Größe zur Charakterisierung der Photonenstatistik ist.

9. Übung TPV SS17

Aufgabe 2 (7 Punkte): *Photonenstatistik*

Berechnen Sie die $g^{(2)}(0)$-Funktion einer Mode mit den Erzeugern und Vernichtern $c, c^\dagger$ für:

1. eine kohärenten Zustand,
2. einen Fockzustand,
3. einen thermischen Zustand (Achtung: benötigt eine Dichtematrix, da der thermische Zustand kein reiner Zustand ist.),
4. den gequetschten Vakuumzustand $|\varepsilon\rangle = S(\varepsilon)|0\rangle$. (Mit dem Quetschungsoperator $S(\varepsilon) = \exp(\frac{1}{2}\varepsilon^* c^2 - \frac{1}{2}\varepsilon c^{\dagger 2})$ mit $\varepsilon = re^{2i\varphi}$.) Tipp: $S(\varepsilon)$ ist unitär und es gilt $S^\dagger(\varepsilon) c S(\varepsilon) = c \quad \cosh(r) - c^\dagger e^{2i\varphi} \sinh(r)$.