

Vorlesung: Prof. Dr. Kathy Lüdge  
Übung: Felix Köster

## 1. Übungsblatt – Theoretische Physik VI: Nichtlineare Laserdynamik

**Abgabe: Mi. 31.10.2018 12:00, in der Übung**

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Der Code der Programmieraufgaben kann per E-Mail eingereicht werden. Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen und Matrikelnummern an.

**Aufgabe 1 (10 Punkte): "Class B" Laser Gleichungen**

Stellt man die Ratengleichungen eines Zwei-Niveau-System Lasers auf, erhält man

$$\begin{aligned}\dot{n} &= G(N_2 - N_1)n - \frac{n}{T_C}, \\ \dot{N}_1 &= -\frac{N_1}{T_1} + G(N_2 - N_1)n, \\ \dot{N}_2 &= R_P - \frac{N_2}{T_1} - G(N_2 - N_1)n.\end{aligned}$$

Hier ist  $n$  die Anzahl der Photonen in der Kavität,  $N_1$  und  $N_2$  die Besetzung in den Energieniveaus,  $G > 0$  der Gain Koeffizient des Lasers,  $T_C^{-1} > 0$  die Verlustrate der Photonen durch Austritt aus der Kavität,  $T_1^{-1} > 0$  die Verlustrate innerhalb der Besetzungen der Energieniveaus und  $R_P > 0$  ist die Pumprate.

1. Reduzieren Sie das System auf zwei dimensionslose Differentialgleichungen. Gehen Sie wie folgt vor:  
Reduzieren sie zunächst die Gleichungen auf zwei Dimensionen mithilfe der neuen Größe  $N \equiv N_2 - N_1$ , welches die Inversion beschreibt.  
Schreiben Sie mithilfe der dimensionslosen Größen  $I \equiv 2GT_1n$ ,  $D \equiv GT_C N$  und  $t \equiv T/T_C$  die dynamischen Gleichungen in ein System für  $dI/dt = f(I, D)$  und  $dD/dt = g(I, D)$  um.
2. Bestimmen Sie die Fixpunkte des reduzierten dimensionslosen Systems. Sie sollten zwei Lösungen erhalten.
3. Charakterisieren Sie die Fixpunkte (stabil/instabil, Fokus/Sattel/Knoten)
4. Tragen Sie die beiden Bifurkationsdiagramme für die Größen  $I$  und  $D$  über dem Kontrollparameter  $A \equiv GT_C R_P T_1$  auf (Stabilität als gestrichelte Linie angeben). Erläutern sie die Bedeutung der beiden Bereiche in dem Bifurkationsdiagramm im physikalischen Zusammenhang.

**Bitte Rückseite beachten! →**

1. Übung TPVI: Nichtlineare Laserdynamik, SS 18

**Aufgabe 2 (10 Punkte): Van-der-Pol-Oszillator**

Van der Pol untersuchte in den 30er Jahren einen harmonischen Oszillator mit einem nichtlinearen Dämpfungsterm

$$\ddot{x} + \kappa(x^2 - a)\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (\kappa \geq 0).$$

Wenn  $a > 0$  ist, verhält sich dieser für große Amplituden wie eine Reibung, wechselt aber für kleine Amplituden das Vorzeichen und führt so zu Schwingungen mit endlicher Amplitude.

1. Schreiben Sie die Gleichung als System von zwei Differenzialgleichungen erster Ordnung mit  $y = \dot{x}$  und finden Sie die Fixpunkte sowie deren Stabilität.
2. Lösen Sie die Gleichungen numerisch für  $\kappa = 1$ ,  $\omega_0 = 1$  und 1000 verschiedenen  $a$  Werten aus  $[-1, 1]$ . Lassen Sie in jeder Simulation eine transiente Zeit verstreichen (ca. 100 Zeiteinheiten) und tragen Sie dann Maxima und Minima von  $x$  über den  $a$  Werten auf, um so ein Bifurkationsdiagramm zu erhalten.  
Plotten Sie außerdem das Phasen-Portrait in der  $(x, y)$ -Ebene für  $a = 0.1$ ,  $a = 1$ , und  $a = 2$ . Erläutern Sie das Verhalten des Oszillators, wenn  $a$  verändert wird.

Vorlesung:	<ul style="list-style-type: none"><li>• Montag 12:00 Uhr – 14:00 Uhr im <b>EW 202</b>.</li><li>• Mittwoch 10:00 Uhr – 12:00 Uhr im <b>EW 203</b>.</li></ul>
Übung:	<ul style="list-style-type: none"><li>• Mittwoch, 12:00 – 14:00 Uhr im EW 731.</li></ul>
Webseiten:	<ul style="list-style-type: none"><li>• Details zur Vorlesung, Vorlesungsmitschrift und aktuelle Informationen sowie Sprechzeiten auf der Webseite unter <a href="https://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ws_201819/wahlpflichtveranstaltungen/ndk161/">https://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ws_201819/wahlpflichtveranstaltungen/ndk161/</a></li></ul>
Scheinkriterien:	<ul style="list-style-type: none"><li>• Mindestens 50% der Übungspunkte. (Abgabe in Dreiergruppen).</li><li>• Regelmäßige und aktive Teilnahme in der Übung.</li></ul>
Kontakte:	<ul style="list-style-type: none"><li>• Prof. Dr. Kathy Lüdge, EW 741, 314-23002, <a href="mailto:kathy.luedge@tu-berlin.de">kathy.luedge@tu-berlin.de</a>, Sprechzeiten Do. 14:00-15:00.</li><li>• Felix Köster, EW 629, 314-24254, <a href="mailto:f.koester@tu-berlin.de">f.koester@tu-berlin.de</a>, Sprechzeiten Mo. 13:30-14:30</li></ul>