

Prof. Dr. Sabine Klapp
Dr. Alexander Carmele, Philip Knospe, Dr. Benjamin Lingnau, Ché Netzer, Arne Zantop

5. Übungsblatt – Theoretische Physik II: Quantenmechanik

Abgabe: Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Bitte das Tutorium und den Namen des Tutors auf dem Aufgabenzettel angeben! Abgabe bitte in 3er Gruppen – keine Einzelabgabe. Mo. 28.05.2018 bis 18:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Aufgabe 10 (10 Punkte): *Streuung am Delta-Potential*

Gegeben sei das folgende eindimensionale Potential

$$V(x) = V_0\delta(x).$$

Von links laufe eine Welle ($E > 0$) ein, die teilweise reflektiert, teilweise transmittiert wird.

- (a) Stellen Sie für die beiden Abschnitte ($x < 0$ und $x > 0$) Ansätze für die Wellenfunktion $\Psi(x, t)$ auf und begründen Sie diese.
- (b) Welche Bedingungen muss die Wellenfunktion an der Unstetigkeitsstelle des Potentials erfüllen? Bestimmen Sie mit Hilfe dieser Bedingungen die Koeffizienten im Ansatz (dabei kann die Amplitude der einfallenden Welle auf 1 gesetzt werden, da hier die Wellenfunktion nicht normierbar ist).
- (c) Leiten Sie Ausdrücke für das Transmissionsvermögen und das Reflexionsvermögen,

$$T = \frac{|j_t|}{|j_e|}$$
$$R = \frac{|j_r|}{|j_e|}$$

her und überprüfen Sie die Eigenschaft $T + R = 1$. Warum gilt diese Eigenschaft?

Aufgabe 11 (10 Punkte): *Matrixdarstellung von Operatoren und Basiswechsel*

Betrachten Sie zwei Operatoren \hat{A} und \hat{B} , deren Eigenvektoren $|a_n\rangle$, $|b_n\rangle$ ($n \in \mathbb{N}$) jeweils vollständige, orthonormierte Eigensysteme bilden. Die dazugehörigen Eigenwerte seien gegeben durch $a_n, b_n \in \mathbb{C}$ und seien nicht entartet. Es gilt also

$$(1) \quad \hat{A}|a_n\rangle = a_n|a_n\rangle \quad \hat{B}|b_n\rangle = b_n|b_n\rangle.$$

Ein beliebiger Zustand $|\psi\rangle$ lässt sich in der \hat{A} -Darstellung als Linearkombination der Eigenvektoren von \hat{A} schreiben:

$$(2) \quad |\psi\rangle_A = \sum_n \alpha_n |a_n\rangle,$$

mit Koeffizienten $\alpha_n = \langle a_n | \psi \rangle$.

- (a) Geben Sie $|\psi\rangle$ in der \hat{B} -Darstellung an. Berechnen Sie dazu die Koeffizienten $\beta_n = \langle b_n | \psi \rangle$ als Funktion der Koeffizienten α_n und der Basisvektoren $|a_n\rangle$, $|b_n\rangle$.
- (b) Welche Form hat der Operator \hat{A} in der \hat{A} - und in der \hat{B} -Darstellung, d.h. wie sieht der Vektor $\hat{A}|\psi\rangle$ in der jeweiligen Darstellung aus, wenn $|\psi\rangle$ in eben dieser Darstellung gegeben ist?

5. Übung TPII SS18

(c) Seien nun $\hat{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ und $\hat{B} = \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix}$.

(i) Berechnen Sie die Eigenwerte von \hat{A} und \hat{B} .

(ii) Berechnen Sie $\psi_A = \begin{pmatrix} \langle a_1 | \psi \rangle \\ \langle a_2 | \psi \rangle \end{pmatrix}_A = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}_A$ in der \hat{B} -Darstellung.

(iii) Berechnen Sie \hat{A} in der \hat{A} - und in der \hat{B} -Darstellung.

Vorlesung:	<ul style="list-style-type: none">• Dienstag 8:15 Uhr – 9:45 Uhr im EW 202• Mittwoch 8:15 Uhr – 9:45 Uhr im EW 202
Scheinkriterien:	<ul style="list-style-type: none">• Mindestens 50% der Übungspunkte.• Bestandene Klausur.• Regelmässige und aktive Teilnahme in den Tutorien.
Klausurtermin:	<ul style="list-style-type: none">• Die Klausur findet am Dienstag, den 10.07.2018 von 8:00-10:00 Uhr statt. Raum: H0104.
Sprechstunden:	<ul style="list-style-type: none">• Prof. Dr. S. Klapp: Di 13:15 – 14:00 Uhr (EW 707)• Dr. Alexander Carmele: Di 13:15 – 14:00 Uhr (EW 704)• Philipp Knospe: Mi 11:00 – 12:00 Uhr (EW 060)• Dr. Benjamin Lingnau: Mo 15:30 – 16:30 Uhr (EW 629)• Che Netzer: Mi 15:00 – 16:00 Uhr (EW 060)• Arne Zantop: Fr 10:00 – 11:00 Uhr (EW 711)
Literatur zur Lehrveranstaltung:	<ul style="list-style-type: none">• Albert Messiah, Quantenmechanik (I/II), Walter de Gruyter, Berlin 1991• W. Nolting, Grundkurs Theoretische Physik 5/1 & 5/2 (Springer, 2002)• Eugen Fick, Einführung in die Grundlagen der Quantentheorie, 5. Auflage, Aula-Verlag, Wiesbaden 1984