Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik 20. April 2018

Prof. Dr. Kathy Lüdge
Alexander Kraft, Leon Merfort, Dr. S. Mohsen J. Khadem

1. Übungsblatt – Theoretische Physik IV: Thermodynamik und Statistik

Abgabe: Mi. 02.05.2018 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Aufgabe 1 (1+1+5=7 Punkte): *Glück und Unglück*

(a) Karl S. versucht nach durchzechter Nacht in sein Heim zu kommen. Leider ist die Wohnungstür verschlossen und an seinem Schlüsselbund befinden sich 8 Schlüssel, die er gar nicht mehr so recht unterscheiden kann. Er wählt einen der 8 Schlüssel aus, findet mit einiger Mühe sogar das Schlüsselloch und probiert sein Glück: Ist es der richtige Schlüssel (es gibt genau einen, der passt), öffnet er die Tür und fällt glücklich ins Bett. Passt der Schlüssel jedoch nicht, entgleitet ihm sein Schlüsselbund zu Boden. Er hebt ihn auf und weiß leider nicht mehr welchen Schlüssel er gerade probiert hat und die Prozedur beginnt von neuem. Nach 12 vergeblichen Versuchen gibt er auf, setzt sich auf den Boden und schläft ein. Mit welcher Wahrscheinlichkeit muss er die Nacht im Freien verbringen?

(b) Am nächsten Morgen wiederholt Karl S. das Experiment und findet bei 12 Versuchen 3x den richtigen Schlüssel. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit hierfür?

(c) In einer beliebten Quizsendung ist der Hauptgewinn hinter einer von drei Türen versteckt. Der glückliche Kandidat darf nun eine der Türen auswählen. Der Quizmaster, der natürlich weiß, hinter welcher der Türen sich der Gewinn verbirgt, öffnet nun eine der verbleibenden Türen, und zwar eine, hinter der sich der Gewinn nicht verbirgt. Der Kandidat darf nun seine Wahl noch einmal überdenken und eine andere Tür wählen oder bei seiner anfänglichen Wahl bleiben. Wie würden Sie als Kandidat vorgehen um den Gewinn zu maximieren? Berechnen Sie dazu die Wahrscheinlichkeit zu gewinnen, falls Sie (i) nie, (ii) immer, (iii) zufällig die Tür wechseln.

Hinweis: Es genügt nicht das Ergebnis anzugeben. Benutzen Sie den Satz von Bayes zur Herleitung.

Aufgabe 2 (3+3+4=10 Punkte): *Tunneln durch Barriere, Poissontheorem, Kumulanten*

Betrachten Sie Elektronen, die mit der Wahrscheinlichkeit $T \in [0,1]$ durch eine Barriere tunneln. Die Anzahl von transmittierten Elektronen n für eine vorgegebene Anzahl von Bernoulli-Versuchen N gehorcht einer Binomialverteilung (BV):

$$p_{BV}(n) = \begin{pmatrix} N \\ n \end{pmatrix} T^n \left(1-T\right)^{N-n}.$$

(a) Zeigen Sie, dass die zugehörige Kumulantenerzeugende gegeben ist durch

$$\Gamma_{BV}(\alpha) = N \ln\left[1 + T\left(e^{\alpha}-1\right)\right].$$

(b) Berechnen Sie die ersten drei Kumulanten $\langle n\rangle_C$, $\langle n^2\rangle_C$ und $\langle n^3\rangle_C$ und interpretieren Sie das Ergebnis.

(c) Zeigen Sie für $T \ll 1$ und $NT \longrightarrow \langle n\rangle$, dass die Binomialverteilung in eine Poissonverteilung (PV) mit folgender Kumulantenerzeugenden übergeht:

$$\Gamma_{PV}(\alpha) = \langle n\rangle(e^{\alpha}-1).$$

Aufgabe 3 (3 Punkte): *Momente*

Das Moment ν-ter Ordnung ist gegeben durch $M_\nu = \langle x^\nu \rangle$. Zeigen Sie folgende Relation für die um den Mittelwert verschobenen Momente $\langle (x - \langle x \rangle)^\nu \rangle$:

(a) $\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle = M_2 - M_1^2$

(b) $\langle (x - \langle x \rangle)^3 \rangle = M_3 - 3M_1M_2 + 2M_1^3$

(c) $\langle (x - \langle x \rangle)^4 \rangle = M_4 - 4M_1M_3 + 6M_1^2M_2 - 3M_1^4$

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der Übungspunkte (Abgabe in 3er Gruppen).
  Ab dem zweiten Übungsblatt werden Einzel- und Zweierabgaben nicht mehr akzeptiert!
- Regelmäßige, aktive Teilnahme an den Tutorien.
- Bestandene Klausur.

Sprechstunden		
Prof. Dr. Kathy Lüdge	tba	EW 741
Alexander Kraft		EW 269
Leon Merfort		ER 240
Dr. S. Mohsen J. Khadem		EW 267