Prof. Dr. Sabine Klapp
Dr. Mohsen Khadem

5. Übungsblatt – Theoretische Physik VI: Kolloidsysteme

Abgabe: Di. 21.05.2019 In der Vorlesung.

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es die Punkte. Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

Aufgabe 12 (10 Punkte): *Paarkorrelationfuktion in der kalorischen Zustandgleichung*

Betrachten Sie ein homogenes (translationsinvariantes) System in dem die Paarwechselwirkung dominiert. In diesem Fall lautet die kalorische Zustandgleichung

$$U = \langle H \rangle = \frac{3}{2} \langle N \rangle k_B T + \langle \mathcal{V} \rangle$$

mit $\langle \mathcal{V} \rangle = \frac{1}{2} \langle \sum_{i,j} v(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \rangle$. Weil die Wechselwirkungsstärke aller Teilchenpaare im Potential identisch ist, gilt folgende Relation

$$\langle \mathcal{V} \rangle = \frac{1}{2} \langle \sum_{i,j} v(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \rangle = \frac{1}{2} \langle N(N-1) v(\mathbf{r}_{12}) \rangle,$$

mit $\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$.

(i) Zeigen Sie, dass folgende Relation für die Paarkorrelationfuktion gilt:

$$g(\mathbf{r}) = \frac{V}{\langle N^2 \rangle} \langle N(N-1) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{12}) \rangle.$$

(ii) Für konstante Teilchenanzahl (im kanonischen Ensemble) zeigen Sie, dass

$$U = \langle H \rangle = \frac{3}{2} N k_B T + \frac{N^2}{2V} k_B T \int g(\mathbf{r}) \beta v(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$$

(iii) Betracheten Sie zusätzlich ein verdünntes Gas und argumentierern Sie, weshalb die Paarkorrelationfuktion mit Hilfe der barometrischen Formel $g(\mathbf{r}) \simeq e^{-\beta v(\mathbf{r})}$ abgeschätzt werden kann.

(iv) Setzen Sie $g(\mathbf{r})$ in das Integral ein und berechnen Sie die innere Energie U des Systems. Leiten Sie den zweiten Virialkoeffizient aus Ihrer Antwort her.

Bitte Rückseite beachten!⟶

5. Übung TP VI SS19

Aufgabe 13 (10 Punkte): *Ginzburg-Landau-Funktional für die Flüssigkeit-Gas-Grenzfläche*
Die Ginzburg-Landau-Theorie kann für den Ordnungsparameter $\rho(z)$ aufgestellt werden, um die Grenzfläche zwischen Flüssigkeit und Gas zu berechnen. Das zugehörige Großkanonische Potential lautet:

$$\Omega[\rho] = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dz \left[f_0(\rho(z)) + f_2 \left(\frac{d\rho(z)}{dz} \right)^2 - \mu\rho(z) \right].$$

Berechnen Sie die Gleichgewichtsdichte unter den Randbedingungen, dass

$$\lim_{z\to+\infty} \rho(z) = \rho_g,$$
$$\lim_{z\to-\infty} \rho(z) = \rho_l.$$

gilt.

Hinweis: Vereinfachen Sie die Lösung, indem Sie $df_2/dz = 0$ setzen.

Vorlesung:	Dienstag 08:15 Uhr – 09:45 Uhr im EW 203 Donnerstag 08:15 Uhr – 09:45 Uhr im EW 203
Tutorium:	Mittwoch 12:00 Uhr – 14:00 Uhr EW731
Scheinkriterien:	Mindestens 50% der Übungspunkte Regelmäßige und aktive Teilnahme am Tutorium Bearbeitung und Vorstellung eines Projekts