

Prof. Dr. Holger Stark, Arne Zantop, Josua Grawitter
Isaac Tesfaye, Jonah Friederich, Lasse Ermoneit, Philip Knospe

3. Übungsblatt – Mathematische Methoden der Physik

Termine: **S** Abgabe bis Mittwoch, 08.05.2019, 18 Uhr im Briefkasten am ER-Eingang
M Vorrechnen in den Tutorien 29.04. – 03.05.2019

S Aufgabe 8 (5 Punkte): *Spatprodukt und Matrixprodukt (schriftlich)*

(a) Berechnen Sie das Spatprodukt $\underline{u} \cdot (\underline{v} \times \underline{w})$ der Vektoren $\underline{u} = (1, 4, -3)$, $\underline{v} = (-2, 3, -1)$,
 $\underline{w} = (2, 3, 2)$.

(b) Berechnen Sie das Matrixprodukt $\underline{\underline{A}}_1 \underline{\underline{A}}_2$ zwischen den Matrizen

$$\underline{\underline{A}}_1 = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 0 & 2 \\ 1 & 7 & 2 & -5 \\ 9 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \underline{\underline{A}}_2 = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 2 & 9 \\ -1 & -1 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}.$$

S Aufgabe 9 (15 Punkte): *Indexschreibweise und ε -Symbol (schriftlich)*

Es sind die Vektoren $\underline{a}, \underline{b} \in \mathbb{R}^3$ und die Matrix $\underline{\underline{A}} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ gegeben. Zeigen Sie, dass

$$(\underline{a} \times \underline{b}) \cdot \underline{\underline{A}} (\underline{a} \times \underline{b}) = (\underline{b} \cdot \underline{\underline{A}} \underline{a} + \underline{a} \cdot \underline{\underline{A}} \underline{b})(\underline{a} \cdot \underline{b}) - b^2(\underline{a} \cdot \underline{\underline{A}} \underline{a}) - a^2(\underline{b} \cdot \underline{\underline{A}} \underline{b}) + (\text{Spur} \underline{\underline{A}}) [a^2 b^2 - (\underline{a} \cdot \underline{b})^2],$$

wobei $a = |\underline{a}|$ und $b = |\underline{b}|$ die Längen der Vektoren $\underline{a}$ und $\underline{b}$ sind.

Hinweis: Schreiben Sie den Ausdruck mit Hilfe zweier ε -Tensoren und verwenden Sie die Identität

$$\varepsilon_{ijk} \varepsilon_{lmn} = \delta_{il} \delta_{jm} \delta_{kn} + \delta_{im} \delta_{jn} \delta_{kl} + \delta_{in} \delta_{jl} \delta_{km} - \delta_{in} \delta_{jm} \delta_{kl} - \delta_{im} \delta_{jl} \delta_{kn} - \delta_{il} \delta_{jn} \delta_{km}.$$

M Aufgabe 10 (1 Punkte): *Länge und Winkel von Vektoren (mündlich)*

Berechnen Sie die Länge des Vektors $\underline{u} = \underline{e}_1 + 4\underline{e}_2 \in \mathbb{R}^2$. Bestimmen Sie nun den Vektor

$$\tilde{\underline{u}} = \underline{\underline{D}} \underline{u},$$

wobei

$$\underline{\underline{D}} = \begin{pmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix}$$

und berechnen Sie die Länge von $\tilde{\underline{u}}$ sowie den Winkel α zwischen $\underline{u}$ und $\tilde{\underline{u}}$. Welche Bedeutung hat die Matrix $\underline{\underline{D}}$?

M Aufgabe 11 (3 Punkte): *Pauli-Matrizen (mündlich)*

Gegeben seien die Pauli-Matrizen

$$\underline{\underline{\sigma}}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \underline{\underline{\sigma}}_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \underline{\underline{\sigma}}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

wobei $i^2 = -1$. Diese sind in der Quantenmechanik Darstellungen des Drehimpulsoperators im Raum der Spin-1/2-Zustände, beispielsweise von Elektronen.

Bitte Rückseite beachten! →

3. Übung MMP SoSe19

(a) Zeigen Sie die Relation

$$\underline{\underline{\sigma}}_k \underline{\underline{\sigma}}_j = \delta_{kj} \underline{\underline{1}} + i \epsilon_{kjl} \underline{\underline{\sigma}}_l, \quad k, j \in \{1, 2, 3\},$$

wobei $\underline{\underline{1}}$ die 2-dimensionale Einheitsmatrix ist. (2 Punkte)

(b) Der Kommutator $[\underline{\underline{A}}, \underline{\underline{B}}]$ zweier Matrizen $\underline{\underline{A}}$ und $\underline{\underline{B}}$ ist definiert als

$$[\underline{\underline{A}}, \underline{\underline{B}}] = \underline{\underline{A}} \underline{\underline{B}} - \underline{\underline{B}} \underline{\underline{A}}.$$

Zeigen Sie, dass $[\underline{\underline{\sigma}}_k, \underline{\underline{\sigma}}_j] = 2i \epsilon_{kjl} \underline{\underline{\sigma}}_l$ für $k, j \in \{1, 2, 3\}$. (1 Punkt)

Sprechzeiten:	Prof. Dr. Holger Stark	Fr	11:30 – 12:30 Uhr	EW 709
	Jonah Friederich	Mo	13:00 – 14:00 Uhr	EW 060
	Arne Zantop	Mo	16:00 – 17:00 Uhr	EW 701
	Josua Grawitter	Mo	16:00 – 17:00 Uhr	EW 701
	Isaac Tesfaye	Mi	15:00 – 16:00 Uhr	EW 060
	Philip Knospe	Fr	13:00 – 14:00 Uhr	EW 060
	Lasse Ermoneit	Fr	15:00 – 16:00 Uhr	EW 060

Vorlesung: • Donnerstag 8:15 Uhr – 9:45 Uhr in EW 201

Webseite: • Details zur Vorlesung, Vorlesungsmitschrift und aktuelle Informationen sowie Sprechzeiten auf der Webseite unter <https://www.tu-berlin.de/?203636>

Klausurkriterien: • Anmeldung bis 28.06.2019 unter <https://tuport.sap.tu-berlin.de/> (Anleitung unter <http://pilot.sap.tu-berlin.de/#Materialien>)
 • mindestens 50 % der schriftlichen Übungspunkte **S**
 • mindestens 50 % der mündlichen Übungspunkte **M**

Klausur: • Freitag, den 05.07.2019, von 08:00 – 10:00 Uhr in H 1005

Nachklausur: • Freitag, den 12.07.2019, von 08:00 – 10:00 Uhr in EB 301
 • Teilnahme nur durch Qualifikation in der Klausur oder Prüfungsunfähigkeit am Klausurtermin

Scheinkriterium: • bestandene Klausur

Bemerkung: Die Übungsaufgaben werden nur als dokumentenechte, handschriftliche, gut lesbare Originale akzeptiert. Wir akzeptieren weder Kopien noch elektronische Abgaben. Aufgaben bitte in Gruppen von drei Personen einreichen.