Rechenregeln für Vektordifferentiation

- Geg: $\underline{a}(x)$, $\underline{b}(x)$ ... Vektoren in Abhängigkeit von x (beliebige Variable!)

  Bsp: $\underline{r}(t)$

Es gelten folgende Regeln:

(1) Summenregel: $\frac{d}{dx}\left[\underline{a}(x)+\underline{b}(x)\right] = \frac{d\underline{a}}{dx} + \frac{d\underline{b}}{dx}$

(2) Produktregel I: $\frac{d}{dx}(\underline{a}\cdot\underline{b}) = \frac{d\underline{a}}{dx}\cdot\underline{b} + \underline{a}\cdot\frac{d\underline{b}}{dx}$

(3) Produktregel II: $\frac{d}{dx}(\underline{a}\times\underline{b}) = \frac{d\underline{a}}{dx}\times\underline{b} + \underline{a}\times\frac{d\underline{b}}{dx}$

(4) Produktregel III: $\frac{d}{dx}\left[f(x)\,\underline{a}(x)\right] = \frac{df}{dx}\,\underline{a} + f(x)\,\frac{d\underline{a}}{dx}$

Beweis: z.B. in kartesischer Basis

- Nützliches:

  Geg: Einheitsvektor $\underline{e}(x)$ mit $\underline{e}^2 = 1$

  $$\longrightarrow \frac{d\underline{e}}{dx}\cdot\underline{e} = 0 \longleftrightarrow \frac{d\underline{e}}{dx} \perp \underline{e}$$

Beweis: $\left.\frac{d}{dx}\right|\ \underline{e}^2 = 1 \longrightarrow \frac{d}{dx}\underline{e}^2 = \frac{d}{dx}(\underline{e}\cdot\underline{e}) \underset{(2)}{=} 2\,\underline{e}\cdot\frac{d\underline{e}}{dx}$

$$\stackrel{!}{=} \frac{d}{dx}1 = 0 \quad \text{qed}$$