Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik

Prof. Dr. Andreas Knorr
Dr. Marten Richter, Dr. Malte Selig, Maximilian Seyrich
Philip Knospe, Robert Salzwedel,Philipp Stammer

1. Übungsblatt – Theoretische Physik II: Quantenmechanik

Abgabe: Mi. 24. April 2019 vor der Vorlesung im Hörsaal EW 201

Bei der Bepunktung wird Wert gelegt auf **ausführliche Zwischenschritte** *und* **Kommentare** *zur Lösungsstrategie. Die Abgabe erfolgt in Dreiergruppen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium an! Elektronische, gedruckte oder kopierte Abgaben (Ausnahme Numerikaufgaben) sind nicht zugelassen.*

Aufgabe 1 (18 Punkte): *Zeitentwicklung eines Gauß'sches Wellenpaketes*

Diese Aufgabe dient zur Rekapitulation der ersten beiden Vorlesungen. Wie bereits bekannt, beschreibt man mit einem Wellenpaket Teilchen, welche in einem gewissen räumlichen Gebiet lokalisiert sind:

$$\psi(x,t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}k \; \hat{\psi}(k) e^{i(kx-\omega(k)t)} \tag{1}$$

Diese Wellenfunktion besteht aus einer gewichteten Superposition ebener Wellen.

(a) Welche *Dispersionsrelation* muss für $\omega(k)$ gelten, damit die freie SCHRÖDINGER-Gleichung erfüllt ist?

(b) Bestimmen Sie die positive Normierungskonstante A mit dem Ansatz für die Anfangsverteilung aus der Vorlesung:

$$\psi(x, t=0) = A \cdot e^{-x^2/\sigma^2 - i\alpha x^2} \tag{2}$$

(c) Berechnen Sie die Gewichtungsfaktoren bzw. Fourierkoeffizienten $\hat{\psi}(k)$ in (1) mit (2). Verwenden Sie z.B. quadratische Ergänzung und Gauß–Integrale. Bringen Sie das Ergebnis in die Form $\hat{\psi}(k) = B\exp(-k^2C - ik^2D)$, zur Interpretation und weiteren Rechnung.

(d) (i) Wie entwickeln sich die Wellenfunktion $\psi(x,t)$ und die Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte $|\psi(x,t)|^2$ zeitlich? (ii) Ist die Normierungsbedingung weiterhin erfüllt? Klären Sie (i) und (ii) zunächst analytisch. Dazu ist die Formel für $\psi(x,t)$ in die folgende Form umzuformen $\psi(x,t) = E\exp(-x^2F(t) - ix^2G(t))$, und dann Größen wie Wellenpaketbreite und Phasenmodulation zu identifizieren und zu vereinfachen. Verwenden Sie ein geeignetes Programm zum Plotten (Mathematica, gnuplot).

(e) Berechnen Sie den Mittelwert $\langle x \rangle$ und das mittlere Schwankungsquadat für den Ort $\left\langle (\Delta x)^2 \right\rangle = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$. Verwenden Sie $\Delta x = \sqrt{\left\langle (\Delta x)^2 \right\rangle}$ als Maß für die Unschärfe. Die Rechnung ist sehr viel einfacher, wenn sie die Erwartungswerte zunächst für die allgemeine Form $\psi(x,t) = B(t)e^{-C(t)x^2 - iD(t)x^2}$ lösen. Plotten und diskutieren Sie Ihre Ergebnisse als Funktion der Zeit und klären Sie wie sich die Breite des Wellenpaketes ändert, kann es sich auch zusammenziehen?

(f) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung im Impulsraum $\hat{\rho}(p,t) = \frac{1}{2\pi\hbar}|\hat{\psi}(p,t)|^2$ (ist diese zeitabhängig?) und verwenden Sie diese dazu den Mittelwert $\langle p \rangle$ und das das mittlere Schwankungsquadrat des Impulses $\left\langle (\Delta p)^2 \right\rangle$ zu berechnen. Die Berechnung kann ähnlich wie bei (e) erfolgen.

Bemerkung: Wenn Sie ab Aufgabe d) die Nerven verlieren, erhalten Sie bereits für den Grenzfall $\alpha = 0$ die halbe Punktzahl bei weiterer richtiger Bearbeitung.

Vorlesung: Di. um 8:15 Uhr – 10:00 Uhr in EW 202,
Mi. um 8:15 Uhr – 10:00 Uhr in EW 202.

Übungen: Die Tutorien beginnen in der zweiten Vorlesungswoche. Die Tutorieneinteilung, Punkteverteilung und Scheinvergabe erfolgt über das Mosessystem. Der Anmeldezeitraum geht bis Mittwoch, den 10. April 2019 18:00. Benötigt wird ein tubIT-Account.

Klausur- und Scheinkriterien:

Die Klausur findet am Dienstag, den 02.07.2019, im Raum H 0105 von 8:00-10:00 Uhr s.t. statt. Zulassungskriterien für die Klausur sind 50% der Punkte aus den Übungsaufgaben dieses Semesters. Weitere Details finden Sie auf unserer Webseite TU Direktzugang 203632. Scheinkriterium ist die bestandenen Klausur bzw. Nachklausur.

Literatur zur Lehrveranstaltung:

- R. P. Feynman: "Vorlesungungen über Physik - Band III - Quantenmechanik"
- T. Fließbach: "Quantenmechanik"
- F. Schwabl: "Quantenmechanik - Eine Einführung"
- W. Greiner: "Quantenmechanik - Einführung"
- R. Shankar: "Principles of Quantum Mechanics"
- J. J. Sakurai: "Modern Quantum Mechanics"
- N. Zettili: "Quantum Mechanics"