

13. Übungsblatt zur Theoretische Physik I: Mechanik

Abgabe: bis Dienstag 05.02.2006 8:30 Uhr in der VL.

ACHTUNG: Wer die Punkte von diesem Zettel noch für die Zulassung zur Klausur benötigt muss ihn spätestens am Dienstag morgen in der VL abgeben.

Der letzte Übungszettel in diesem Jahr wiederholt nocheinmal einige (aber sicher nicht alle) Aufgabengebiete, die in der VL behandelt wurden und kann somit zur Klausurvorbereitung herangezogen werden.

Bonusaufgabe 41 (4 Zusatzpunkte): *Ebenes Pendel mit vertikal schwingendem Aufhängepunkt*

Auf eine Punktmasse m , die an einem masselosen Stab der Länge l befestigt ist, wirke die Gravitationskraft $\underline{F} = -mge_z$. Der Aufhängepunkt des Stabes oszilliere in vertikaler Richtung mit $h(t) = h_0 \cos(\omega t)$. Die Bewegung der Punktmasse erfolge in einer Ebene.

1. Skizzieren Sie das System und wählen Sie geeignete generalisierte Koordinaten in der Schwingungsebene.
2. Bestimmen Sie die Lagrange-Funktion.
3. Berechnen Sie die Lagrange'sche Bewegungsgleichung 2. Art.
4. Wie lautet die Bewegungsgleichung im Spezialfall kleiner Auslenkung des Stabes aus der Ruhelage und für kleine h_0 ?

Bonusaufgabe 42 (2 Zusatzpunkte): *Rakete*

Eine Rakete mit der Startmasse $m_0 = 3000$ t hebt zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ senkrecht von der Erdoberfläche ab. Ihr Kraftstoffverbrauch betrage 1000 kg/s, die Ausstoßgeschwindigkeit relativ zur Rakete $v_r = 50$ km/s. Welche Höhe und Geschwindigkeit hat die Rakete nach einer Minute erreicht?

Bonusaufgabe 43 (2 Zusatzpunkte): *Bewegung im Potential*

Ein Massenpunkt bewege sich im Potential $U(x, y, z) = ax^2 + by^2 + cz + d$, wobei $a, b, c, d \geq 0$ reelle Konstanten und x, y, z kartesische Koordinaten sind.

1. Skizzieren Sie Äquipotentialflächen (für $a > 0, b > 0, c > 0, d = 0$).
2. Für welche Wahl der Konstanten a, b, c, d ist die z -Komponente des Drehimpulses eine Erhaltungsgröße?
3. Welche weitere Einschränkung an die Konstanten a, b, c, d muß erfolgen, damit auch die z -Komponente des linearen Impulses erhalten bleibt?

13. Übung TPI WS2007/08

Bonusaufgabe 44 (4 Zusatzpunkte): Bifurkation

Bestimmen Sie die stationären Lösungen folgender Differentialgleichung:

$$\dot{x} = \mu - x^2.$$

Diskutieren Sie die Stabilität der Lösungen bezüglich des Parameters μ . Zeichnen Sie das Bifurkationsdiagramm. Lösen Sie die Differentialgleichung und vergleichen Sie mit Ihrer Stabilitätsanalyse.

Bonusaufgabe 45 (3 Zusatzpunkte): Trägheitstensor eines Wassermoleküls

Ein Wassermolekül H_2O besteht aus einem Sauerstoffatom der Masse $m_1 = 16m$ im Koordinatenursprung $\underline{r}_1 = 0$ und zwei Wasserstoffatomen der Masse $m_2 = m_3 = m$ an den Orten $\underline{r}_2 = d\underline{n}_1$ und $\underline{r}_3 = d \cos \varphi \underline{n}_1 + d \sin \varphi \underline{n}_2$ ($m = 1,7 \cdot 10^{-27}$ kg, $\varphi = 105^\circ$ und $d = 10^{-10}$ m).

1. Berechnen Sie für das Molekül die Komponenten des Trägheitstensors

$$\underline{\underline{J}} = \sum_{j=1}^3 m_j (\underline{r}_j \cdot \underline{r}_j \underline{\underline{1}} - \underline{r}_j \otimes \underline{r}_j)$$

und den Schwerpunkt in der körperfesten ON-Basis $\mathcal{B} = \{\underline{n}_1, \underline{n}_2, \underline{n}_3\}$.

2. Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren des Trägheitstensors und geben Sie die Transformation an, die den Tensor auf seine Hauptachsengestalt bringt.

Tipp: $\tan(\varphi/2) = \sin \varphi / (\cos \varphi + 1)$