

7. Übungsblatt zur Statistische Physik II

Abgabe (Einzelabgabe): Eine Woche nach der Ausgabe im Tutorium.

Aufgabe 1 : Paarkorrelationsfunktion, Strukturfaktor (5 Punkte)

Für die Beschreibung kritischer Phänomene und der Struktur von Flüssigkeiten spielt die Paarkorrelationsfunktion

$$\frac{N}{V}g(\mathbf{r}) = \frac{1}{V} \left\langle \sum_{i \neq j} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{ij}) \right\rangle$$

eine wichtige Rolle. Sie ist ein Maß für die Wahrscheinlichkeit irgendein Teilchen am Ort \mathbf{r} zu treffen, wenn ein willkürlich herausgegriffenes Referenzteilchen am Ort $\mathbf{r} = 0$ ist. Im thermischen Gleichgewicht hängt $g(\mathbf{r})$ eines Fluids aus sphärischen Teilchen nur vom Betrag $r = |\mathbf{r}|$ ab.

Die Fouriertransformierte von $g(\mathbf{r}) - 1$ führt auf den statischen Strukturfaktor

$$S(\mathbf{k}) = 1 + (2\pi)^3 n \delta(\mathbf{k}) + n \int e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} (g(\mathbf{r}) - 1) d^3r.$$

1. Berechnen Sie für ein verdünntes Hartkugel-Gas, d.h. mit dem Wechselwirkungspotential

$$\phi(r) = \begin{cases} \infty & r \leq r_0 \\ 0 & r > r_0 \end{cases}$$

den statischen Strukturfaktor für $\mathbf{k} \neq 0$.

Hinweis:

Für verdünnte Gase kann die radiale Verteilungsfunktion $g(r)$ genähert werden durch

$$g(r) \approx e^{-\beta\phi(r)}.$$

2. Bestimmen Sie die isotherme Kompressibilität κ_T .

Hinweis:

Der Zusammenhang zwischen Strukturfaktor und Kompressibilität ist durch $S(\mathbf{0}) = nk_B T \kappa_T$ gegeben.

3. Berechnen Sie mit κ_T die thermische Zustandsgleichung. Entwickeln Sie den Druck nach der Dichte und vergleichen Sie den Koeffizienten der zweiten Ordnung mit dem zweiten Virialkoeffizienten aus der Vorlesung.

Aufgabe 2 : Spins (5 Punkte)

Eine Verallgemeinerung des Ising-Modells zur Beschreibung des Ferromagneten ist das Heisenbergmodell. Betrachten Sie ein Heisenberg-Spin System in einem äußeren Feld \mathbf{h} , d.h.

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{ij} J_{ij} \mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j - \sum_i \mathbf{h}_i \cdot \mathbf{s}_i.$$

1. Leiten Sie die Selbstkonsistenzgleichung für die Magnetisierung \mathbf{m} mit Hilfe der Sattelpunktmethode her (siehe Vorlesung zur entsprechenden Herleitung fuer das Isingmodell).

2. Bestimmen Sie die freie Energie und entwickeln diese bis zur vierten Ordnung.

Hinweise:

Werden in der Übung gegeben.

-
- Vorlesung: Mi 10¹⁵ - 11⁴⁵ Uhr, EW 731 Do 14¹⁵ - 15⁴⁵ Uhr, EW 184
Tutorien: Mo 14¹⁵ - 15⁴⁵ Uhr, EW 184

- **Kontakt, Inhalte, Übungsblätter etc.:** <http://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ws0708/wpfv/statii/>

- **Scheinkriterien:**

Mindestens 50 Prozent der Übungspunkte und aktive Teilnahme am Tutorium.

Mit diesem Übungsschein sind die Übungen im Fach Statistische Physik I und II abgegolten.

- **Sprechstunde:** S. Heidenreich im EW 702, jeder Zeit