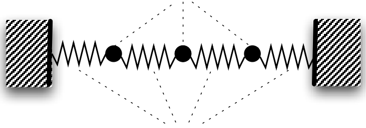
Prof. Dr. Tobias Brandes
Dipl. Phys. Valentin Flunkert, Dipl. Phys. Peter Kolski

Malte Langhoff, Miriam Wegert,
Maria Richter, David Rosin

10. Übungsblatt zur Theoretische Physik I Mechanik

Abgabe: Montag 19.1. bis 12:00 in den Briefkasten
Name und Matrikelnr. sowie Name des Tutors + Tutorium sind anzugeben.
Kommentare und Zwischenschritte sind niederzuschreiben.
Klausur: 4. 2. 2009 um **Punkt 8:00 Uhr** (s.t.) im Raum **ER 270** (Altbau)

Aufgabe 35 (10 Punkte): *Normalmoden*
Gegeben seinen drei mit Federn gekoppelte Oszillatoren in einer Dimension, deren äußeren jeweils noch an eine Wand befestigt sind (siehe Abbildung). Alle drei besitzen die gleiche Masse m und vier gleiche Federkonstanten k.



1. Geben Sie die Lagrangefunktion des Systems an und stellen Sie die Matrizen für T und V auf.

2. Bestimmen Sie die Eigenfrequenzen und Normalmoden dieser Bewegung. Tip: Zur Lösung der kubischen Gleichung klammern Sie geschickt einmal $(2k - m\omega^2)$ aus und lassen Sie nur positive Eigenfrequenzen als Lösung zu.

3. Zeigen Sie anhand einer Skizze die verschiedenen Schwingungstypen auf.

Man betrachte das eindimensionale

Aufgabe 36 (10 Punkte): *Harmonischer Oszillator*
Gegeben sei der gedämpfte harmonische Oszillator mit äußerer Kraft $f(t)$.

$$\ddot{x}(t) + \frac{1}{\tau}\dot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = f(t)$$

1. Wie funktioniert bei dieser Gleichung das Umskalieren der Zeit $t = \frac{\tilde{t}}{\omega}$

2. Berechnen Sie die Matrix des Zeitentwicklungsoperators $U(t, t_0)$ und zeigen Sie damit, dass sich für homogene Anfangsbedingungen $x_0 = p_0 = 0$ zur Zeit t_0 die Lösung für $x(t)$ in der folgenden Form schreiben läßt:

$$x(t) = \int_{t_0}^{\infty} dt' G(t - t') f(t') \quad (1)$$

$$G(t) = \theta(t) e^{-\frac{t}{2\tau}} \frac{1}{\omega'} \sin(\omega' t) \quad (2)$$

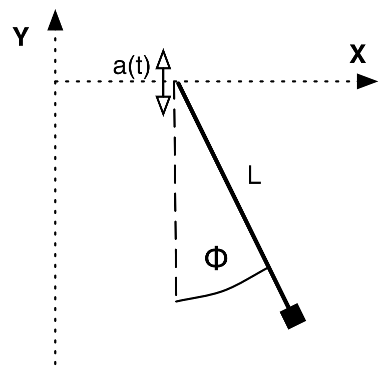
$$\omega' \equiv \omega_0 \sqrt{1 - (2\tau\omega_0)^{-2}} \quad (3)$$

Hierbei ist $\theta(t)$ die **Heavyside-Stufenfunktion**, d.h. $\theta(t < 0) = 0$ und $\theta(t \geqslant 0) = 1$. Die Funktion G(t) heißt **Greensche Funktion**.

3. Bestätigen Sie folgende Fouriertransformierte der Greenschen Funktion durch Nachrechnen.
$$\tilde{G}(\omega) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} dt G(t) e^{i\omega t} = \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + \frac{i\omega}{\tau}}$$

4. Benutzen Sie $\tilde{G}(\omega)$, um die Lösung $x(t)$ für eine periodische Kraft $f(t) = e^{i\Omega t}$ zu berechnen.
Tip: Vertauschen Sie die Integrationen und verwenden sie die Delta-Funktion.

Aufgabe 37 (10 Punkte): *Parametrischer Oszillator*
Man betrachte ein mathematisches Pendel, dessen obere Aufhängung nicht fest ist, sondern sich mit der beliebigen Funktion $a(t)$ periodisch auf und ab bewegt. (Siehe Abbildung).



1. Bestimmen Sie mit dem Lagrange-Formalismus die Bewegungsgleichung. Verwenden sie hierzu $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$

2. Numerisch mit Mathematica: Wählen Sie $a(t) = \sin(t)$ und geeignete Anfangsbedingungen um numerische Lösungen zu erstellen. Stellen Sie einmal die zeitliche Entwicklung von ϕ dar und erstellen Sie Trajektorien im Phasenraum.