21. Oktober 2008

Technische Universität Berlin
Institut für Theoretische Physik
Prof. Dr. Harald Engel
Dipl.-Phys., Dipl.-Math. Philipp Hövel http://www.itp.tu-berlin.de/?stat_stat_physii_ws08

1. Übungsblatt – Statistische Physik II

Abgabe: Do. 30.10.2008 vor der Übung

Aufgabe 1 (9 Punkte): *Wiederholung - Entropie einer Wahrscheinlichkeitsverteilung*

Beweisen Sie die in der Vorlesung angegebenen Eigenschaften der Entropie

$$S\{\omega_n\} = -\sum_n \omega_n \ln(\omega_n).$$

1. Die Entropie S ist positiv semi-definit.
2. Die Entropie S ist invariant gegen Vertauschung der Argumente ω_n.
3. Die Entropie S ist additiv für statistisch unabhängige Wahrscheinlichkeitsverteilungen.
4. Die Entropie S ist maximal bei Gleichverteilung. Bestimmen Sie den Maximalwert.

Aufgabe 2 (13 Punkte): *Wahrscheinlichkeit bei einer Münze auf einem vibrierenden Tisch*
Eine Münze liegt auf einer vibrierenden Tischplatte. Sei $p(t)$ die Wahrscheinlichkeit, dass zum Zeitpunkt t die Zahl oben liegt, und $d\omega = \lambda\, dt$ mit $\lambda = const.$ die Übergangswahrscheinlichkeit, innerhalb des Intervalls dt von Zahl auf Kopf oder umgekehrt zu wechseln.

1. Begründen Sie folgende Gleichungen

$$\begin{aligned} p(t+dt) &= p(t) - p(t)d\omega + [1-p(t)]d\omega \\ \text{d.h.} \qquad \dot{p}(t) &= \lambda[1-2p(t)] \end{aligned}$$

2. Lösen Sie die Gleichung für die Anfangsbedingung $p(0) = 1$ und bestimmen Sie den zeitlichen Verlauf der Entropie

$$S(t) = -p(t)\ln p(t) - [1-p(t)]\ln[1-p(t)].$$

3. Wie lautet die Entropie für die folgenden beiden Grenzfälle?

$$\lim_{t\to 0} S(t) \qquad \text{und} \qquad \lim_{t\to\infty} S(t)$$

Aufgabe 3 (18 Punkte): *Wiederholung - Kanonische Verteilung und thermodynamische Funktionen*

1. Wiederholen Sie am Beispiel des eindimensionalen harmonischen Oszillators mit dem Hamilton-Operator

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$$

die Berechnung der inneren Energie und der Entropie aus der Zustandssumme.

2. Diskutieren Sie die beiden Grenzfälle $\beta \to 0$ und $\beta \to \infty$.
3. Wie kann man aus der Zustandssumme die thermische Zustandsgleichung ermitteln?