

Prof. Dr. Eckehard Schöll, PhD und Dr. Kathy Lüdge  
Dr. Clive Emary

## 2. Übungsblatt – Theoretische Physik VI: Nichtgleichgewichtsstatistik

### Abgabe: Mo. 08.11.2010 in der Übung

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

### Aufgabe 3 (20 Punkte): One-step Master Equation

In this problem set we will consider three physical processes described by the one-step master equation:

$$\dot{p}_n = r_{n+1}p_{n+1} + g_{n-1}p_{n-1} - (r_n + g_n)p_n$$

with  $p_n$  the probability of finding the system in state  $n$ , and  $g_n$  and  $r_n$  the generation and recombination rate of state  $n \in \mathbb{Z}$ . Each process is specified by these rates, the range of  $n$  and an initial condition.

#### 3a: Poisson Process (5 points)

$$r_n = 0; \quad g_n = q; \quad n \geq 0; \quad p_n(0) = \delta_{n,0}$$

Solve the master equation directly for  $p_n(t)$ . Plot and interpret the result. Solve the master equation with help of the characteristic function  $G(s, t) = \sum_n s^n p_n(t)$  and verify that the distribution  $p_n(t)$  thus obtained is the same as that found by direct solution.

#### 3b: Symmetric random walk (5 points)

$$r_n = g_n = 1; \quad -\infty < n < \infty; \quad p_n(0) = \delta_{n,0}$$

Solve the master equation with help of the characteristic function  $G(s, t)$  and thus derive  $p_n(t)$ .

#### 3c: Chemical reaction, $X \xrightleftharpoons[k_2]{k_1} A$ (10 points)

$$r_n = k_1 n; \quad n \geq 0; \quad g_n = k_2 a; \quad p_n(0) = \delta_{n,n_0}$$

Solve the master equation for the characteristic function  $G(s, t)$ . Use the result to show that the factorial moments  $\langle N^k \rangle_f = \frac{\partial^k}{\partial s^k} G(s, t)|_{s=1} = \langle N(N-1)(N-2)\dots(N-k+1) \rangle$  obey

$$\frac{d}{dt} \langle N^k \rangle_f = k \left[ k_2 a \langle N^{k-1} \rangle_f - k_1 \langle N^k \rangle_f \right]; \quad k = 1, 2, \dots$$

## 2. Übung TPVI WS10/11

- Vorlesung:**
- Donnerstags 10:15 Uhr – 12:00 Uhr im EW 203.
  - Freitags 10:15 Uhr – 12:00 Uhr im EW 203.

- Übung:**
- Montags 12:15 Uhr – 14:00 Uhr im EW 561

- Scheinkriterien:**
- Mindestens 50% der Übungspunkte.
  - Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien.
  - Bearbeitung und Vorstellung eines Projektes (Projektvorstellung in der letzten Vorlesungswoche).

### Literatur zur Lehrveranstaltung:

Siehe auch Semesterapparat in der Physikbibliothek.

- Crispin W. Gardiner, Handbook of stochastic method, Springer (2004)
- Nicolas G. van Kampen, Stochastic processes in physics and chemistry, North-Holland Publ. (2008)
- Ruslan L. Stratonovich, Topics in the Theory of Random Noise, Vols. I and II, Gordon and Breach (1963)
- Hannes Risken; Till Frank, The Fokker-Planck Equation, Methods of Solutions and Applications, Springer Berlin (1996)
- H. Haken, Quantenfeldtheorie des Festkörpers, Teubner (1973)
- H. Haug, S. W. Koch, Quantum Theory of the optical and electronic properties of semiconductors, World Scientific (2001)
- M. O. Scully, Quantum Optics, Cambridge University Press (1997)
- Scherz, Quantenmechanik, Teubner (2005)