

Prof. Dr. Andreas Knorr
Dr. Carsten Weber
Dipl. Phys. Alexander Carmele
Dipl. Phys. Ken Lichtner

Wiederholungsblatt – Theoretische Physik V: Quantenmechanik II

Relativistische QM

1. Wie lautet die relativistische Energie-Impuls-Beziehung?
2. Wie lautet die Klein-Gordon-Gleichung?
3. Nennen Sie für die freie Dirac-Gleichung einen vollständigen Satz kommutierender Observablen.
4. Geben Sie die Lösung der freien Dirac-Gleichung an, und diskutieren Sie die Bedeutung der Komponenten des Dirac-Spinors.
5. Wie lauten die Eigenwertgleichungen der Spin-Matrizen?
6. Geben Sie die relativistischen Korrekturen des Wasserstoffatoms an (wie in der VL hergeleitet). Benennen und diskutieren Sie die einzelnen Terme und skizzieren Sie die relativistischen Energiekorrekturen für den Fall $n = 2$ und $l = 0$ bzw. $l = 1$.
7. Die Pauli-Gleichung beschreibt einen Spezial- und Grenzfall der Dirac-Gleichung. Wie lautet die Pauli-Gleichung und welcher Grenzfall wird beschrieben?

Drehimpulsaddition

8. Betrachten Sie zwei $s = \frac{1}{2}$ -Spins. Berechnen Sie via Spin-Addition die möglichen Quantenzahlen S, M_S des Gesamtdrehimpulses. Schreiben Sie die resultierenden vier Zustände als Superposition der Einteilchen-Produktzustände (Singlett, Triplets). Sind die Zustände symmetrisch oder antisymmetrisch?
9. Betrachten Sie nochmal Aufgabe 15(b), Übung 5. Schreiben Sie analog zu 8. die möglichen 2-Elektronen-Zustände des $2p^2$ -Orbitals auf (bestimmen Sie also via Spin-Addition die Quantenzahlen des Gesamtdrehimpulses). Welche können nach dem Pauli-Prinzip verworfen werden?

Störungstheorie

10. Geben Sie die Formeln an, mit denen in nicht-entarteter stationärer Störungsrechnung die 1. und 2. Energiekorrektur sowie die 1. Korrektur der Eigenfunktionen berechnet werden.

2. Quantisierung

11. Was versteht man unter identischen Teilchen? Was unterscheidet Fermionen von Bosonen? Wie sehen die kanonischen Vertauschungsrelationen aus?
12. Zeigen Sie, dass die fermionischen kanonischen Vertauschungsrelationen das Pauli-Prinzip erfüllen.
13. Was ist der Unterschied zwischen den Leiteroperatoren (bekannt vom harmonischen Oszillator aus der QM1) und den bosonischen Erzeugungs-/Vernichtungsoperatoren? Was sind die Gemeinsamkeiten? Woher kommt die Analogie?

10. Übung TPV WS10/11

14. Wie sieht $\langle a_i^\dagger a_j \rangle = \text{tr} (a_i^\dagger a_j \rho)$ aus für den statistischen Operator $\rho(t) = \frac{1}{Z} e^{-\sum_l \beta a_l^\dagger a_l}$? Was ist mit $\langle a_i^\dagger a_j^\dagger a_k a_l \rangle$?
15. Wieso ist das Ergebnis aus 14. anders als das in Aufgabe 16, Übung 6?
16. Gegeben sei ein Operator $\hat{O}(\mathbf{r})$ in 1. Quantisierung. Wie sieht er in 2. Quantisierung aus (wählen Sie die Entwicklungsbasis $\{\varphi_i(\mathbf{r})\}$)?
17. Wie sieht ein allgemeiner Zwei-Teilchen-Operator $\hat{O}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ in 2. Quantisierung aus?