Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik 20. Oktober 2010
http://www.itp.tu-berlin.de Direktzugang: 90109

Prof. Dr. Tobias Brandes
Dipl.-Phys. Arash Azhand, Dipl.-Phys. Valentin Flunkert, Dipl.-Phys. Philipp Zedler
Benjamin Regler, Jan Techter

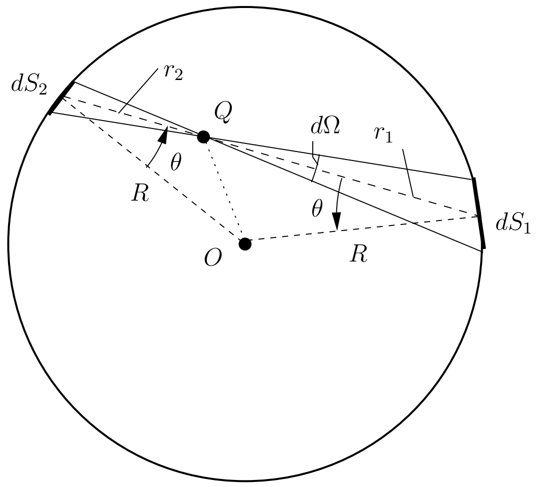
1. Übungsblatt zur Theoretischen Physik III: Elektrodynamik

Abgabe: Montag 1.11. bis 10:00 in den Briefkasten im Ernst-Rusker Gebäude (Physik Altbau). Die Abgabe erfolgt in **2er oder 3er Gruppen**.

Aufgabe 1 (8 Punkte): *Das Experiment von Cavendish*

In dieser Aufgabe soll untersucht werden was passieren würde wenn die Coulomb Kraft nicht mit $1/r^2$ abfallen würde, sondern mit $1/r^\alpha$ ($\alpha \neq 2$) und weshalb $1/r^2$ ausgezeichnet ist.

Betrachten Sie eine positiv geladene Hohlkugel mit konstanter Flächenladungsdichte σ und Radius R. In der Kugel befinde sich eine negative Ladung $Q < 0$. Der (infinitesimale) Raumwinkel $d\Omega$ spanne auf den Seiten der Kugel jeweils eine Fläche dS_1 und dS_2 auf.



1. Erklären Sie, warum für die (infinitesimalen) Oberflächen dS_1 und dS_2 die folgenden Gleichungen gelten
$$dS_1 = \frac{d\Omega\, r_1^2}{\cos\theta}, \qquad dS_2 = \frac{d\Omega\, r_2^2}{\cos\theta}.$$

2. Angenommen die Coulomb Kraft zwischen zwei Ladungen q_1 und q_2 mit Abstand r wäre betragsmäßig gegeben durch:
$$F = c\,\frac{|q_1 q_2|}{r^\alpha}.$$
Welche Kraft würde durch die Flächenelement dS_1 und dS_2 auf die Ladung Q wirken?

3. Wie würde sich die Probeladung für $\alpha <, =, > 2$ bewegen? (benutzen Sie das Ergebnis von 2. und die Symmetrie des Problems).

4. Ein ungeladenes Metallkügelchen wird von innen an die Wand der Hohlkugel gebracht. Wird für die Fälle $\alpha = 2$ bzw. $\alpha \neq 2$ Ladung auf das Kügelchen übertragen? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2 (10 Punkte): *Gravitationsfeld*

Die Gravitationskraft zwischen einer Testmasse m und einer festen Masse m_i bei $\mathbf{r}_i$ ist gegeben durch

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = m\mathbf{g}_i(\mathbf{r}), \qquad \mathbf{g}_i(\mathbf{r}) = -Gm_i \frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_i|^3},$$

wobei G die Gravitationskonstante ist. Das Vektorfeld $\mathbf{g}(\mathbf{r})$ wird als Newton'sches Gravitationsfeld bezeichnet. Wenden Sie den Satz von Gauß auf eine Kugel mit Radius R um die feste Masse m_i bei $\mathbf{r}_i$ an. Leiten Sie damit die Feldgleichung

$$\operatorname{div} \mathbf{g}_i(\mathbf{r}) = -4\pi G \rho_i(\mathbf{r})$$

her. Hierbei ist die Massendichte gegeben durch $\rho_i(\mathbf{r}) = m_i\, \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_i)$.

Aufgabe 3 (12 Punkte): *Gravitationsfeld einer Vollkugel*

Wie in der letzten Aufgabe gezeigt, erfüllt das Gravitationsfeld $\mathbf{g}(\mathbf{r})$ die Gleichung

$$\operatorname{div} \mathbf{g}(\mathbf{r}) = -4\pi G\, \rho(\mathbf{r}),$$

wobei $\rho(\mathbf{r})$ die Massendichte und G die Gravitationskonstante ist.

Betrachten Sie eine Kugel mit Radius R und homogener Massendichte $\rho(\mathbf{r}) = \rho_0$ (im Innern der Kugel). Berechnen Sie das Gravitationsfeld innerhalb und außerhalb der Kugel. Verwenden Sie dafür entweder den Laplace-Operator in Kugelkoordinaten oder den Satz von Gauß. Nutzen Sie in beiden Fällen die Symmetrie des Problems aus.
Plotten Sie die Feldstärke als Funktion des Radius $r = |\mathbf{r}|$.