Prof. Holger Stark,
Stefan Fruhner, Niels Majer, Maximilian Schmitt, Andreas Zöttl,
Christian Fräßdorf, Wassilij Kopylov, Benjamin Regler, Emely Wiegand

3. Übungsblatt – Theoretische Physik I: Mechanik

Abgabe: Di. 08.11.2011 bis 8:30 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Zweiergruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium (Tutor und Termin) an. Kreuzen Sie am Beginn des Tutoriums die mündlichen Aufgaben an, die Sie bearbeitet haben und an der Tafel vorrechnen können.

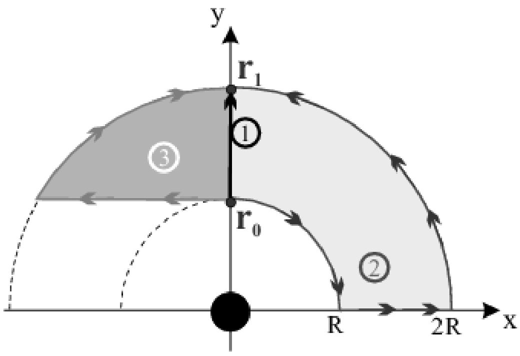
Aufgabe 7 (14 Punkte): *Arbeit im Gravitationsfeld (***schriftlich** *8+2+4)*

In dieser Aufgabe soll untersucht werden, welche Arbeit verrichtet werden muss, um einen als Massepunkt idealisierten Satelliten der Masse m im Gravitationsfeld eines (kugelförmigen) Planeten der Masse M zu bewegen.

Ein Satellit befindet sich im Kraftfeld

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\gamma \frac{mM}{r^3}\mathbf{r}$$

und wird vom Ort $\mathbf{r}_0$ zum Ort $\mathbf{r}_1$ bewegt. Dies geschieht nacheinander auf drei verschiedenen Wegen, die nebenstehend skizziert sind. $\mathbf{r}_0$ und $\mathbf{r}_1$ sollen den Abstand R bzw. $2R$ vom Planetenmittelpunkt haben. (R ist natürlich größer als der Radius des Planeten)



(a) Berechnen Sie explizit für alle drei Wege die jeweils geleistete Arbeit. *Hinweis:* Bestimmen Sie zunächst die Wegparametrisierungen der einzelnen Streckenabschnitte.

(b) Läßt sich ein Potenzial finden, so dass gilt $\mathbf{F} = -\nabla V(\mathbf{r})$? Wenn ja, ermitteln Sie das Potenzial $V(\mathbf{r})$. Um was für ein Kraftfeld handelt es sich also?

(c) Zur Behandlung dynamischer Probleme auf der Erdoberfläche wird häufig statt der Gravitationskraft das homogene Schwerefeld $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = m\mathbf{g}$ verwendet. Welche Bedingung muss für $\mathbf{r}$ gelten, damit dieses Kraftfeld in guter Näherung die gleichen Ergebnisse liefert? Wie ist der Zusammenhang zwischen g und γ? Berechnen Sie den relativen Fehler, der hierbei gemacht wird, als Funktion von der Höhe h über der Erdoberfläche. Wie entwickelt sich der Fehler für kleine Höhen ?

Aufgabe 8 (6 Punkte): *Taylorreihe (***schriftlich 1+1+2+2))**

Entwickeln Sie die Funktionen

(a) $\sin x$,

(b) $\cos x$,

(c) $1/(1+x)$ und

(d) $(1-x)^n$

um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ in eine Taylorreihe bis zur 3. Ordnung.

Bitte Rückseite beachten!⟶

Aufgabe (9): *Galileitransformation (**mündlich**)*
Wir betrachten die Raumzeit der klassischen Mechanik $\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}$, wobei $\mathbb{R}^3$ der 3-dimensionale euklidische Raum und $\mathbb{R}$ die Zeit ist. Punkte $a = (\mathbf{r}_a, t_a) \in \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}$ heißen Ereignisse. Zwei Ereignisse $a, b \in \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}$ heißen gleichzeitig, wenn der zeitliche Abstand $\Delta t(a,b) = t_a - t_b = 0$ ist. Der räumliche Abstand von zwei gleichzeitigen Ereignissen ist durch das euklidische Skalarprodukt wie folgt gegeben

$$d(a,b) = |\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b| = \sqrt{(\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b) \cdot (\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b)}.$$

Wir betrachten folgende Transformationen $(\mathbf{r}', t') = g_i(\mathbf{r}, t)$, die die Newtonschen Gesetze forminvariant lassen.

(i) Gleichförmige Bewegung mit Geschwindigkeit $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$ $(\forall t \in \mathbb{R}, \mathbf{r} \in \mathbb{R}^3)$	(ii) Translationen des räumlichen und zeitlichen Ursprungs um $(\mathbf{s}, s) \in \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}$	(iii) Rotation der Koordinatenachsen mit $\underline{\underline{D}} \in O(3)$
$g_1(\mathbf{r}, t) = (\mathbf{r} - \mathbf{v}t, t)$	$g_2(\mathbf{r}, t) = (\mathbf{r} - \mathbf{s}, t - s)$	$g_3(\mathbf{r}, t) = (\underline{\underline{D}}\,\mathbf{r}, t)$

Durch Hintereinanderausführung dieser drei Transformationen erhält man eine allgemeine Galileitransformation zwischen zwei zueinander bewegten Inertialsystemen.

$$g(\mathbf{r}, t) = g_3 \circ g_2 \circ g_1(\mathbf{r}, t) = (\underline{\underline{D}}(\mathbf{r} - \mathbf{v}t - \mathbf{s}), t - s) = (\mathbf{r}', t')\,.$$

(a) Welche freien Parameter hat eine Galileitransformation.

(b) Zeigen Sie, dass die Hintereinanderausführung von zwei Galileitransformation wieder eine Galileitransformation ist.

(c) Zeigen Sie, dass die Galileitransformation bezüglich der Hintereinanderausführung eine Gruppe ist (zu zeigen: Assoziativität, Existenz des inversen Elements und des neutralen Elements).

(d) Zeigen Sie, dass der zeitliche Abstand zweier beliebiger Ereignisse und der räumliche Abstand zwischen zwei gleichzeitigen Ereignissen invariant unter Galileitransformationen sind (d.h. es gilt $\Delta t(a,b) = \Delta t(a',b')$ und $d(a,b) = d(a',b')$ mit $a' = g(a)$).

Vorlesung: DI und MI jeweils um 8:30 Uhr – 10:00 Uhr in EW 201.

Scheinkriterien: Mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte.
Mindestens 50% der mündlichen Aufgaben angekreuzt.
Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien.
Bestandene Klausur.

Sprechzeiten:

Name	Tag	Zeit	Raum	Tel.
Prof. Holger Stark	FR	11:30–12:30 Uhr	EW 709	29623
Stefan Fruhner	FR	14:30–15:30 Uhr	EW 627/28	27681
Niels Majer	DO	13:00–14:00 Uhr	ER 240	29052
Max Schmitt	DO	10:00–11:00 Uhr	EW 708	25225
Andreas Zöttl	MI	11:00–12:00 Uhr	EW 702	24253
Christian Fräßdorf	DI	18:00–19:00 Uhr	EW 060	26143
Benjamin Regler	MO	13:00–14:00 Uhr	EW 060	26143
Wassilij Kopylov	MO	16:00–17:00 Uhr	EW 060	26143
Emely Wiegand	MO	12:00–13:00 Uhr	EW 060	26143

Aktuelle Informationen werden auf der Webseite bekannt gegeben:
http://www.tu-berlin.de/index.php?id=109406