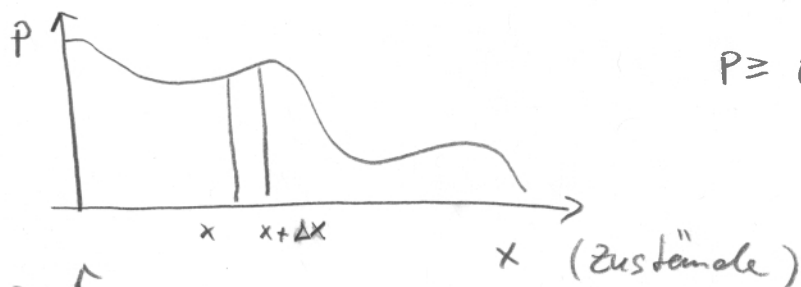


Wahrscheinlichkeitsverteilungen

kontinuierlich

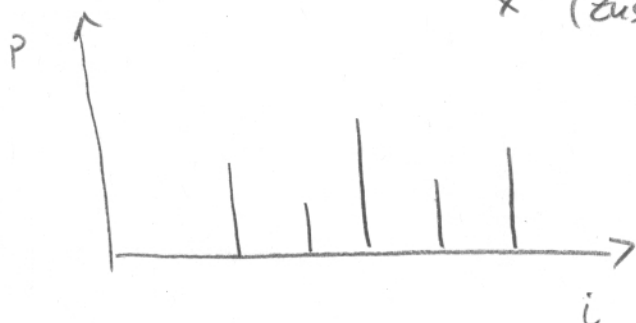


Gleichgewicht!
Warum nicht so?

Zustandsraum

$$\int P(x) dx = 1$$

diskret

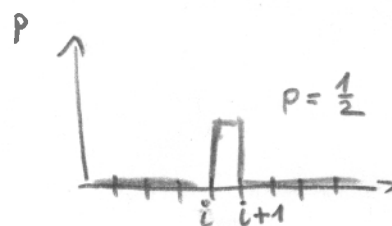
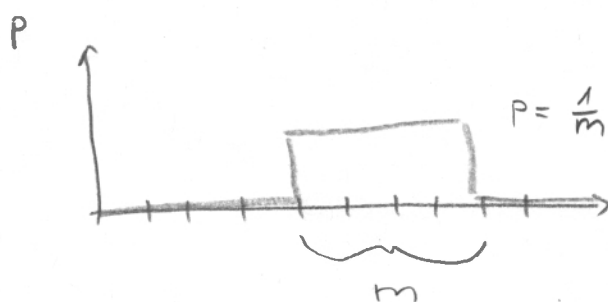


$$\sum P(i) = 1$$

Jede Größe F kann gemittelt werden

$$\langle F \rangle = \sum_i F(i) p(i)$$

Annahme: Ein System sei in m Zuständen, so folgt $\Rightarrow$



Wie groß ist unsere Unkenntnis?

Je größer m , desto größer unsere Unkenntnis.

So ist jede monotone Funktion von m ein Maß der Unkenntnis, zum Beispiel: $\log m$.

$$\tilde{H} = -\log_2 \frac{1}{m} \quad (\text{ad hoc})$$

Warum diese Funktion $H = -\log_2 \frac{1}{m}$?

Additiv !

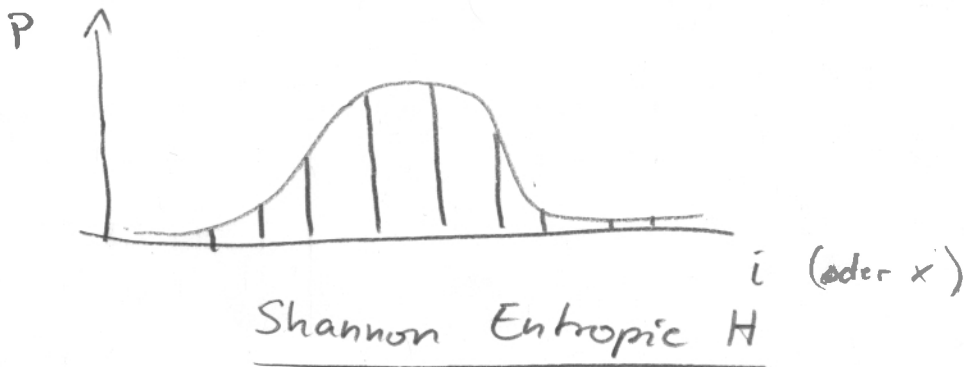
5 mal geworfen :



K Z Z Z K

2^n Konfigurationen

$$H = \log_2 2^n = n \log_2 2 = n$$

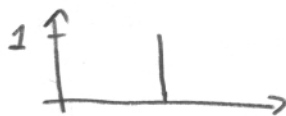


$$H = - \langle \log_2 P(i) \rangle = - \sum P(i) \log_2 P(i)$$

Vgl. Übung unfaire Münze

$$H(p) = -p \log_2(p) - (1-p) \log_2(1-p)$$

Sonderfall



$$H = \log_2 1 = 0$$

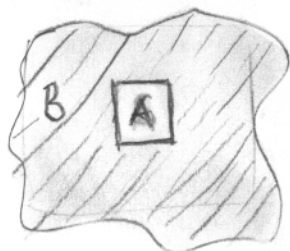
vollständige Information.

Thermodynamisches Gleichgewicht

A

?

Wärme-gleichgewicht

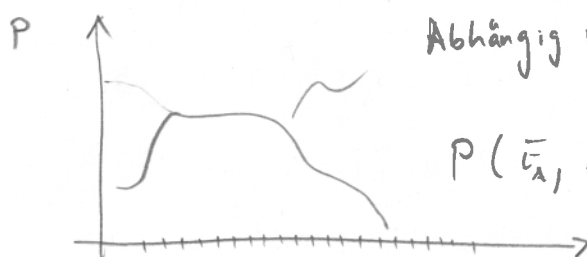


A System

B Wärmebad

} beide haben viele Freiheitsgrade

Energie von A+B ist konstant



Abhängig von $E_{tot} = \langle E_A \rangle + \langle E_B \rangle$

$P(\bar{E}_A, E_{tot})$

gesamtenenergie E_{tot}
parametrisiert die
Energiedichteverteilung

egal ob diskret oder
kontinuierlich

E_A Energie im System in A

aus $P_A = P(E_A, E_{tot}) \Rightarrow \langle E_A \rangle$ und $H_A = S_A = -\langle \log P_A \rangle$

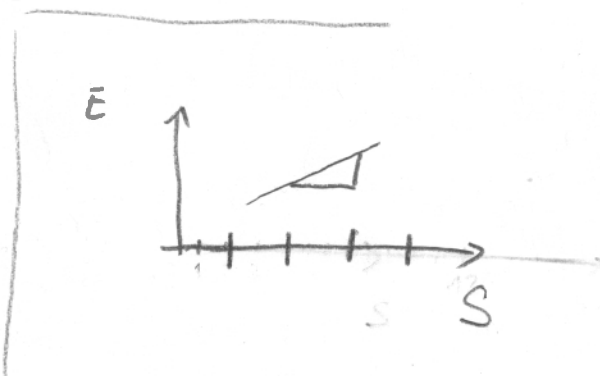
Achtung noch ohne k_B !

Wievell Energie brauche ich um S um eine Einheit zu erhöhen?

$$\frac{\partial E}{\partial S} = T$$

$$\langle E_A \rangle = E$$

Index A ist weggefallen



Somit kann die Entropie S eingeführt werden

$$S \equiv k_B \ln \Omega$$

k_B ist eine positive Konstante (oft auch nur " k ")

$$k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} = 8,617 \cdot 10^{-5} \frac{\text{eV}}{\text{K}}$$

Avogadro-Konstante

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$\langle E_{\text{kin}} \rangle = \frac{f}{2} k_B T$$

| kommt später |

$f \equiv$ Anzahl d. Freiheitsgrade

Die natürliche Definition wäre

$$S' = \ln \Omega \quad (\text{vgl. Shannon Entropie})$$

$$\ln \rightarrow \log_2$$

Einheit nat $\leftarrow$ Einheit bit

2. HS $\rightarrow$

$$dS \geq 0$$

wird einfach erklärbar.

Es sei Ω_i zugängliche Zustände einer GG-Situation unter Nebenbedingungen und Ω_f z. Z. eines GG nach Beseitigung der NB.

$$\Omega_f \geq \Omega_i$$

Thermodynamik (makroskopisch!)

1. Hauptsatz

(4)

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

$$(dE = dQ + dW)$$

T eingeführt über Postulat transitive Größe; Oter HS
(Äquivalenzklassen von GG-Systemen)

$$dS = \frac{1}{T} \left(dE + \sum_{\alpha=1}^n X_{\alpha} dx_{\alpha} \right)$$

mit X_{α} generalisierte Kraft

$$\Rightarrow \frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial E} \quad \text{und}$$

z.B. p

(mit $x_{\alpha} = V$)

$$\frac{X_{\alpha}}{T} = \frac{\partial S}{\partial x_{\alpha}}$$

Achtung: alles im Gleichgewicht!

Statistische Physik: $\frac{\partial E}{\partial S} = T$

Leider hatte die Temperatur schon eine ^{eigene} Einheit, zu dumm.
So darf S nicht dimensionslos sein!

$$H_A = - \langle \log P_A \rangle \quad \text{ist dimensionslos!}$$

S hingegen erbt die Einheit vom Boltzmann-Faktor k_B .

Es sei Ω die Anzahl der "zugänglichen" Zustände des Systems.

"Zugänglich" heißt mit beschränkenden Bedingungen verträglich.

Diese Bdg. sollen durch "äußere und innere

Parameter festgelegt sein: $\gamma_1, \gamma_2, \dots$

$$\Rightarrow \Omega(\gamma_1, \gamma_2, \dots)$$

"äußere" = damit kann man am System Arbeit leisten
(z.B. V)

innere = Beispiel innere Energie ($U = \langle E_A \rangle$)