Prof. Dr. Harald Engel

Jan Totz, Maria Zeitz, Manuel Katzer, Willy Knorr, Ché Netzer, Philip Knospe

12. Übungsblatt – Theoretische Physik I: Mechanik

Abgabe: Bis Mo. 30.01.2017 10:00 im Briefkasten am Hintereingang des ER-Gebäudes Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden sehr ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Bitte das Deckblatt von der Homepage verwenden! Die Abgabe erfolgt in Dreiergruppen.

Aufgabe 32 (10 Punkte): Van-der-Pol Oszillator

Die Van-der-Pol Gleichung

$$\ddot{x} + \alpha(x^2 - 1)\dot{x} + x = 0, \quad \alpha > 0$$

beschreibt eine selbsterregte Schwingung mit stabilem Grenzzyklus, wie sie etwa bei Röhren- oder Transistorgeneratoren auftritt.

- (a) Welchen physikalischen Effekt hat der zweite Summand? Vergleichen Sie mit dem gedämpften harmonischen Oszillator.
- (b) Die Van-der-Pol Gleichung kann man auch über zwei Differentialgleichungen erster Ordnung ausdrücken.

$$\dot{x} = v, \quad \dot{v} = -x - \alpha(x^2 - 1)v \tag{1}$$

Verwenden Sie den Ansatz aus der Vorlesung, der eine langsam veränderliche Amplitude A(t) und Phasenverschiebung $\varphi(t)$ annimmt

$$x = A(t)\cos(\varphi(t)) \tag{2}$$

$$v = +A(t)\sin(\varphi(t)) \tag{3}$$

Zeigen Sie, dass für kleine α und große t ein Grenzzyklus mit der Amplitude A=2 erreicht wird.

Hinweis: Mitteln Sie über eine Oszillationsperiode von φ und nutzen Sie aus, dass sich A(t) nur langsam ändert.

(c) **Bonus** Lösen Sie die Gleichung numerisch für $\alpha=0.1, \alpha=1$ und $\alpha=10$. Plotten Sie $x(t), \dot{x}(t)$ und die Trajektorie in der x, \dot{x} Phasenebene. Zeigen Sie so, dass sich unabhängig von den Anfangsbedingungen das gleiche Verhalten einstellt.

Aufgabe 33 (4 Punkte): Bonus Physikalisches Pendel

Gegeben sei ein starrer Körper der sich im homogenen Schwerefeld befindet und um eine horizontale Achse ω drehbar gelagert ist. Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung dieses Pendels und vergleichen Sie mit dem Ergebnis für das Fadenpendel. Wie lautet der Energiesatz dieses Pendels?

Aufgabe 34 (10 Punkte): Rollende Zylinder

- (a) Berechnen Sie die Trägheitstensoren für einen Voll- und einen Hohlzylinder der Höhe h, der Masse M und homogener Dichte. Legen Sie dazu das Koordinatensystem jeweils durch den Schwerpunkt und wählen Sie eine sinnvolle Ausrichtung.
- (b) Ein Vollzylinder und Hohlzylinder, der die gesamte Masse auf seiner Mantelfläche hat, rollen eine schiefe Ebene hinunter. Berechnen Sie die Beschleunigung der beiden Zylinder. Welches Verhältnis haben die Beschleunigungen zu der eines die Ebene hinabgleitenden Massepunktes?

Tipp: Benutzen Sie die Energieerhaltung.

12. Übung WS16/17

Webseite:

Vorlesung: • Dienstag 8:30 Uhr – 10:00 Uhr im EW 202.

• Mittwoch 8:30 Uhr - 10:00 Uhr im EW 202.

• Details zur Vorlesung, Vorlesungsmitschrift und aktuelle Informationen sowie Sprechzeiten auf der TU Webseite mit Direktzugang: 176875

Scheinkriterien: • Mindestens 50% der Übungspunkte.

• Bestandene Klausur.

Bemerkung: Bei den Übungsaufgaben werden nur Originalabgaben akzeptiert. Keine Kopien oder elektronischen Abgaben. Bei Programmieraufgaben ist verwendeter Code ausgedruckt mit abzugeben.