Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik
http://www.tu-berlin.de/?statphys16 28. November 2016

Prof. Holger Stark (Sprechstunde: Fr 11:30-12:30 in EW 709)
Dr. Johannes Blaschke (Sprechstunde: Mi 10:00-11:00 in EW 708)

7. Übungsblatt – Statistische Physik

Abgabe/Vorrechnen: Mo. 05.12.2016 im Tutorium (12:15 - 13:45 EW 731)

S **Aufgabe 22 (5 Punkte):** *Phasenraumvolumen und Entropie des idealen Gases*

(a) Sei $\Omega(U)$ die Anzahl der Zustände mit Energie kleiner oder gleich U für ein Gas N nicht wechselwirkender Teilchen im Volumen V. Zeigen Sie, dass

$$\Omega(U) \propto V^N U^{3N/2} \,. \tag{5.4}$$

Bestimmen Sie die Proportionalitätskonstante.

(b) Zeigen Sie, dass für die Entropie des idealen Gases die Sackur-Tetrode-Formel gilt:

$$S(U) = k_B \ln g(U) = k_B \ln\left(\frac{1}{N! h^{3N}}\Omega(U)\right) = N k_B \left(\ln\left[\frac{V}{N}\left(\frac{4\pi m U}{3Nh^2}\right)^{3/2}\right] + \frac{5}{2}\right) \,. \tag{5.7}$$

Achtung: Um exakt diese Formel herzuleiten, muss man $\ln N! \approx N \ln N - N$ verwenden. Mit $\ln N! \approx N \ln N$ fehlt der Summand $5/2$!

(c) Leiten Sie die Zustandsgleichung des idealen Gases her.

M **Aufgabe 23**: *Mikrokanonische Entropie*

(a) Zeigen Sie, dass für eine zweifach differenzierbare Funktion $f(x)$ mit einem globalem Maximum in x_0 im Grenzfall $N \to \infty$ folgende Näherung gilt

$$\int_a^b e^{Nf(x)} dx \approx \sqrt{\frac{2\pi}{N|f''(x_0)|}} e^{Nf(x_0)} \,,$$

wobei $a < x_0 < b$.

(b) Die Gesamtanzahl der Konfigurationen mit Gesamtenergie U eines isolierten Behälters, der aus zwei Teilbehältern besteht, ist

$$g(U) = \int dU_1 \exp\left[\frac{S_1(U_1) + S_2(U_2)}{k_B}\right] \,, \tag{5.10}$$

wobei U_i und S_i die innere Energie bzw. Entropie des Teilbehälters $i = 1, 2$ ist und $U = U_1 + U_2$. Zeigen Sie, dass im thermodynamischen Limes die Gesamtentropie des Systems gegeben ist durch

$$S(U) = S_1(U_1^*) + S_2(U - U_1^*) \,, \tag{5.12}$$

wobei U_1^* der Wert von U_1 ist, für den die Summe $S_1(U_1) + S_2(U - U_1)$ maximal wird.

S Aufgabe 24 (5 Punkte): *Äquipartitionstheorem und Virialgleichung*

(a) Beweisen Sie das Äquipartitionstheorem

$$\langle x_k \frac{\partial H}{\partial x_k} \rangle = k_B T; \qquad x_k = q_k, p_k \;, \tag{5.23}$$

im kanonischen Ensemble mit Hamiltonian H.

(b) Gegeben sei ein Hamiltonian eines nicht-idealen Gases

$$H = \sum_i \left(\frac{1}{2m} \boldsymbol{p}_i^2 + V_{\text{wand}}(\boldsymbol{q}_i) \right) + V_{\text{ww}}(\{\boldsymbol{q}_i\}) \;, \tag{5.25}$$

wobei V_{wand} das Potential der Behälterwände ist und V_{ww} die Wechselwirkung der Gasteilchen untereinander beschreibt. Verwenden Sie das Äquipartitionstheorem um die Virialzustandsgleichung herzuleiten:

$$PV = N k_B T - \frac{1}{3} \sum_{i=1}^{N} \langle \boldsymbol{q}_i \cdot \frac{\partial V_{\text{ww}}(\{\boldsymbol{q}_i\})}{\partial \boldsymbol{q}_i} \rangle \;. \tag{5.26}$$

Zum Übungsbetrieb:
Die Übungsaufgaben teilen sich auf in mündliche M und schriftliche S Aufgaben. Die Kriterien für die Vergabe eines Übungsscheins gliedert sich daher in zwei Teile:

- Mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte.
- Vorrechnen: Jeder Student kreuzt vor jeder Übung diejenigen Aufgaben auf einer ausliegenden Liste an, die er oder sie bearbeitet hat. Wer eine Aufgabe angekreuzt hat, ist bereit diese Aufgabe an der Tafel vorzurechnen. Für den mündlichen Teil des Scheinkriteriums müssen am Ende des Semesters in Summe 50% der mündlichen Aufgaben angekreuzt sein.