

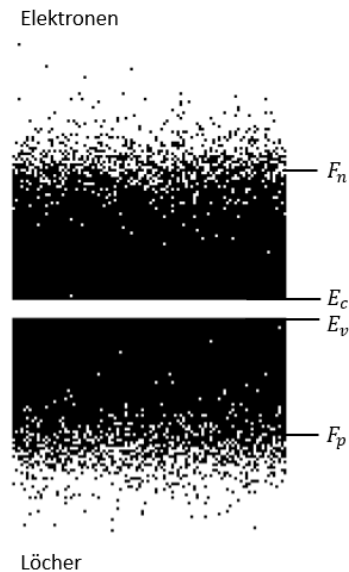
Prof. Dr. Dr. h.c. Eckehard Schöll, PhD  
 MSc. Rico Berner, Dr. Javier Cerrillo, Dr. Benjamin Lingnau

**9. Übungsblatt – Theoretische Physik V: Quantenmechanik II**

**Abgabe: Mo. 08.01.2018 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude**

**Aufgabe 21 (14 Punkte): Ladungsträgerdichte in zwei Dimensionen**

Wir betrachten das Leitungs- und Valenzband in einem zweidimensionalen Kristall mit freien Elektronen und Löchern. Die Elektronen der Masse  $m_n$  im Leitungsband mit der unteren Bandkante  $E_c$  seien fermiverteilt zum Quasi-Fermi-Niveau  $F_n$ . Die Löcher der Masse  $m_p$  im Valenzband, das die obere Bandkante  $E_v$  hat, seien entsprechend fermiverteilt zum chemischen Potential  $F_p$ . Es seien  $T$  die Temperatur,  $k_B$  die Boltzmann-Konstante,  $L$  die Länge des (quadratischen) Gitters und  $N_b$  die Anzahl aller Elektronen ( $b = n$ ) und Löcher ( $b = p$ ). Die Teilchendichte des zweidimensionalen Elektronen- und Lochgases ist dann  $n_b = N_b/L^2 = 1/L^2 \cdot \sum_{\mathbf{k}} f_{\mathbf{k}}^b$ .



- a) Berechnen Sie die Zustandsdichte  $\rho^b(\epsilon) = \frac{1}{L^2} \sum_{\mathbf{k}} \delta(\epsilon - E_{\mathbf{k}}^b)$  in zwei Dimensionen für Elektronen und Löcher.
- b) Wie müssen die Quasi-Fermiverteilungen  $f_{\mathbf{k}}^b$ ,  $b \in \{n, p\}$ , sinnvollerweise aussehen, damit sie die skizzierten Dichten beschreiben? Zeigen Sie, dass

$$n_n = \frac{m_n}{\pi \hbar^2} \int_{E_c}^{\infty} d\epsilon \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{\epsilon - F_n}{k_B T}\right)}, \quad n_p = \frac{m_p}{\pi \hbar^2} \int_{-\infty}^{E_v} d\epsilon \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{F_p - \epsilon}{k_B T}\right)}$$

und lösen Sie das Integral.

- c) Betrachten Sie den Grenzfall starker Verdünnung (Nichtentartung), also mit Fugazität  $\zeta^n = e^{F_n/(k_B T)} \ll 1$ , bzw.  $\zeta^p = e^{-F_p/(k_B T)} \ll 1$ . Zeigen Sie, dass sich die Fermifunktion dann schreiben lässt als  $f_{\mathbf{k}}^b \approx \zeta^b \exp\left(\frac{-E_{\mathbf{k}}^b}{k_B T}\right)$ . Berechnen Sie in dieser Näherung  $n_b$ ,  $b \in \{n, p\}$ .
- d) In der Vorlesung wird die Ladungsträgerdichte in 3 Dimensionen berechnet. Vergleichen Sie mit der Ladungsträgerdichte in 2 Dimensionen bezüglich Lösbarkeit, Nichtentartungsnahe- rung und Hochentartungsnahe- rung ( $\zeta^b \gg 1$ ).

**Aufgabe 22 (6 Punkte): Strahlungsgesetze**

Leiten Sie aus dem Planckschen Strahlungsgesetz als Grenzfälle das Rayleigh-Jeans Gesetz und das Wiensche Strahlungsgesetz her. Tun Sie das durch geschickte Anwendung der Taylorreihe.

9. Übung TPV WS17/18

**Scheinkriterien:**

- Mindestens 50% der Übungspunkte (Abgabe in 3er Gruppen).
- Regelmäßige, aktive Teilnahme an den Tutorien.
- Vorstellen einer Übungsaufgabe im Tutorium.
- Bearbeitung und Vorstellung eines Projektes.

	Mo	Di	Mi	Do	Fr
08-10		EW 203		EW 203	
10-12					EW 114
12-14		EW 229			
14-16					
16-18				EW 226	

<b>Sprechstunden</b>			
ES	Prof. Dr. Dr. h.c. Eckehard Schöll, PhD	nach Vereinbarung	EW 735
RB	MSc. Rico Berner	<b>Di 14-15</b>	ER 245
JC	Dr. Javier Cerrillo	<b>Do 13-14</b>	EW 705
BL	Dr. Benjamin Lingnau	<b>Mi 13-14</b>	EW 629