

13.3 Euler-Lagrangesche Gleichungen 2. Art

c) Potentialkräfte mit anholonomen Zwangsbed.

• also: $L = T - U$

mit $\sum_{j=1}^f \phi_j^{(\nu)} \delta q_j = 0, \quad \nu = 1, \dots, Z \quad (13.20)$

• Variation:

$$\delta S = \int \sum_j \underbrace{\frac{\delta S}{\delta q_j}}_{\text{wie in a)}} \underbrace{\delta q_j}_{\text{nicht unabh.!!}} dt = 0 \quad [\text{Lagrange-Multiplikator}]$$

$$+ \sum_{\nu=1}^Z \lambda_{\nu} \sum_j \phi_j^{(\nu)} \delta q_j$$

$$= \int \sum_j \left(\frac{\delta S}{\delta q_j} + \sum_{\nu=1}^Z \lambda_{\nu} \phi_j^{(\nu)} \right) \delta q_j dt = 0$$

Argumentation wie in Kap. 12.4
- $\delta S / \delta q_j$

[Wähle für $q_1, \dots, q_z, \lambda_{\nu}$
so daß (...) = 0, restl.
 δq_j sind unabh.]

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial L}{\partial q_j} = \sum_{\nu=1}^Z \lambda_{\nu} \phi_j^{(\nu)}, \quad j = 1, 2, \dots, f} \quad (13.21)$$

Zwangskräfte [vgl. (12.21)]

... Lagrangesche Gln. gemischter Art

$$\boxed{\sum_{j=1}^f \phi_j^{(\nu)} \dot{q}_j = 0, \quad \nu = 1, \dots, Z} \quad (13.22)$$

also: $f+Z$ DGLn. für $f+Z$ Variable q_j, λ_{ν}