Prof. Dr. Holger Stark, Josua Grawitter, Maximilian Seyrich
Lasse Ermoneit, Philip Knospe, Isaak Mengesha und Philipp Stammer

3. Übungsblatt – Theoretische Physik I: Mechanik

Termine: **S** **Abgabe bis Donnerstag, 7.11.2019, 12 Uhr im Briefkasten am ER-Eingang**
M **Vorrechnen in den Tutorien Dienstag, 5.11. – Montag, 11.11.2019**

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden auch Punkte auf Kommentare zum Vorgehen vergeben. Bitte die Matrikelnummern **und mind. ein Tutor** *auf dem Aufgabenzettel angeben. Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.*

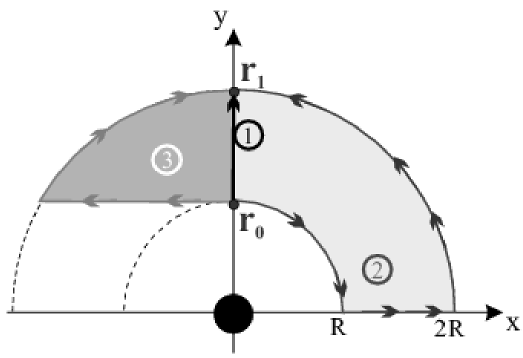
S Aufgabe 7 (14 Punkte): *Arbeit im Gravitationsfeld* (**schriftlich** *8+2+4*)

In dieser Aufgabe soll untersucht werden, welche Arbeit verrichtet werden muss, um einen als Massepunkt idealisierten Satelliten der Masse m im Gravitationsfeld eines (kugelförmigen) Planeten der Masse M zu bewegen.

Ein Satellit befindet sich im Kraftfeld

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = -\gamma \frac{mM}{r^3}\boldsymbol{r}$$

und wird vom Ort $\boldsymbol{r}_0$ zum Ort $\boldsymbol{r}_1$ bewegt. Dies geschieht nacheinander auf drei verschiedenen Wegen, die nebenstehend skizziert sind. $\boldsymbol{r}_0$ und $\boldsymbol{r}_1$ sollen den Abstand R bzw. $2R$ vom Planetenmittelpunkt haben. (R ist natürlich größer als der Radius des Planeten)



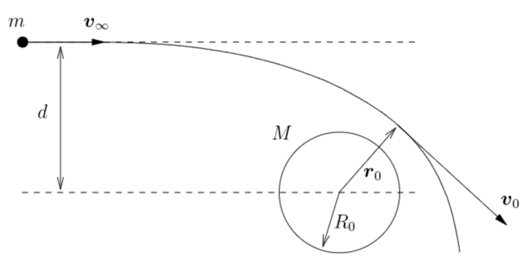
(a) Berechnen Sie explizit für alle drei Wege die jeweils geleistete Arbeit. *Hinweis: Bestimmen Sie zunächst die Wegparametrisierungen der einzelnen Streckenabschnitte.*

(b) Läßt sich ein Potenzial finden, so dass gilt $\boldsymbol{F} = -\nabla V(\boldsymbol{r})$? Wenn ja, ermitteln Sie das Potenzial $V(\boldsymbol{r})$. Um was für ein Kraftfeld handelt es sich also?

(c) Zur Behandlung dynamischer Probleme auf der Erdoberfläche wird häufig statt der Gravitationskraft das homogene Schwerefeld $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = m\boldsymbol{g}$ verwendet. Welche Bedingung muss für $\boldsymbol{r}$ gelten, damit dieses Kraftfeld in guter Näherung die gleichen Ergebnisse liefert? Wie ist der Zusammenhang zwischen g und γ? Geben Sie den relativen Fehler, der hierbei gemacht wird, als Funktion von der Höhe über der Erdoberfläche an. Wie entwickelt sich der Fehler für kleine Höhen?

S Aufgabe 8 (6 Punkte): *Armageddon und Erhaltungssätze*

Ein Meteor kommt aus dem Unendlichen; seine (geradlinige) Bahn im Unendlichen und seine dortige Geschwindigkeit seien gegeben. Frage: Trifft der Meteor die Erde?



Hinweis: Betrachten Sie die Ebene Erdmittelpunkt / Gerade im Unendlichen. Die Gerade ist durch den Stoßparameter d charakterisiert (vgl. Abb.). Berechnen Sie nicht die Bahn, sondern verwenden Sie nur die Erhaltungssätze für Energie und Drehimpuls und bestimmen Sie für welche Stoßparameter d bei gegebener Geschwindigkeit v_∞ der Meteor die Erde trifft.

Bitte Rückseite beachten!⟶

M **Aufgabe 9 (4 Punkte)**: *Gravitationsfeld einer Kugel (***mündlich** *2+1+1)*

Die Kraft $\boldsymbol{F}$ auf eine Probemasse m im Feld einer Masse M (Massendichte $\rho(\boldsymbol{r})$) ist gegeben durch

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = m\boldsymbol{g}(\boldsymbol{r}) \ .$$

Die Beschleunigung $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{r}) = \nabla\Phi$ (hier ist Φ das in der Vorlesung eingeführte Gravitationspotential) genügt dabei der Gleichung

$$\operatorname{div} \boldsymbol{g}(\boldsymbol{r}) = -4\pi\gamma\rho(\boldsymbol{r}) \ .$$

(a) Benutzen Sie den Satz von Gauß, um $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{r})$ für eine Kugel (Radius R) mit homogener Massendichte $\rho(\boldsymbol{r}) = \rho_0 = const.$ zu bestimmen. Machen Sie dazu den Ansatz $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{r}) = g(r)\boldsymbol{e}_r$ (Warum geht das?) und integrieren Sie über eine Kugel mit Radius r_0. *Hinweis:*

Machen Sie eine Fallunterscheidung für $r_0 \lessgtr R$.

(b) Überlegen Sie: Warum kann man bei der Gravitationsbeschleunigung den Körper als Punktmasse annehmen.

(c) Skizzieren Sie den Betrag der Beschleunigung $g(r_0)$ als Funktion des Radius r_0.