Prof. Dr. Holger Stark, Josua Grawitter, Maximilian Seyrich
Lasse Ermoneit, Philip Knospe, Isaak Mengesha und Philipp Stammer

4. Übungsblatt – Theoretische Physik I: Mechanik

Termine: S Abgabe bis Donnerstag, 14.11.2019, 12 Uhr im Briefkasten am ER-Eingang
M Vorrechnen in den Tutorien Dienstag, 12.11. – Montag, 18.11.2019

Bitte die Matrikelnummern **und mind. ein Tutor** *auf dem Aufgabenzettel angeben.*

S Aufgabe 10 (10 Punkte): *Newton'sche Reibung* (schriftlich 2+2+4+2)

Betrachten Sie eine Kugel mit Radius R, die sich im freien Fall befindet. In Luft ist die Reibungskraft auf die bewegte Kugel proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit

$$\boldsymbol{F}_{\text{Newton}} = -\tfrac{1}{2}\rho c_w A v^2 \frac{\boldsymbol{v}}{v}.$$

Dabei ist ρ die Dichte des Mediums, c_w der Strömungswiderstandkoeffizient, A die Querschnittsfläche der Kugel und $v = |\boldsymbol{v}|$. Zur Vereinfachung definieren wir die Konstante $\gamma := \frac{1}{2}\rho c_w A$.

(a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung für die Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}$ auf.

(b) Bestimmen Sie die stationären Lösungen, für die $\boldsymbol{v} = v_s$ für konstante v_s gilt.

(c) Lösen Sie die Differentialgleichung (DGL) aus (a) für $\boldsymbol{v}(t)$ und $\boldsymbol{r}(t)$ für die Anfangsbedingungen $\boldsymbol{v}(0) = \boldsymbol{0}$ und $\boldsymbol{r}(0) = \boldsymbol{0}$.

(d) Geben Sie eine Näherung von $\boldsymbol{v}(t)$ und $\boldsymbol{r}(t)$ für große t an. Vergleichen Sie das Ergebnis mit der stationären Lösung.

Hinweis: Trennung der Veränderlichen ist ein Weg um die DGL zu lösen. Siehe dazu auch das Material auf der Website.

S Aufgabe 11 (10 Punkte): *Kette* (schriftlich 2+3+3+2)

Eine Kette mit der Masse m und der Länge L hänge über eine Tischkante, so daß ein Teil auf dem Tisch liegt, ein anderer Teil (der Länge $l(t)$) vom Tisch herunterhängt.

(a) Zunächst vernachlässigen wir die Reibungskraft. Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf und leiten Sie die allgemeine Lösung $l_{\text{allg}}(t) = Ae^{\gamma t} + Be^{-\gamma t}$ mit $\gamma = \sqrt{\frac{g}{L}}$ her.

(b) Fassen Sie die Lösung für die Anfangsbedingung $l(t=0) = l_0$, $\dot{l}(t=0) = 0$ zu einer hyperbolischen Funktion zusammen und stellen Sie diese für $l_0 = L/2$ graphisch ($l(t)$-Diagramm) dar. Wann ist die Kette komplett vom Tisch gerutscht? Was bedeutet das für die Lösung?

(c) Nun sei am herunterhängenden Kettenende ein Körper mit der konstanten Masse M befestigt. Zudem soll auf den Teil der Kette, der auf dem Tisch liegt, eine Reibungskraft wirken, die sich aus der betroffenen Masse der Kette und μg zusammensetzt (μ – Gleitreibungszahl, g – Erdbeschleunigung). Wir nehmen an, dass die Gleitreibungszahl gleich der Haftreibungszahl ist. Erweitern Sie die Bewegungsgleichung und konstruieren Sie die allgemeine Lösung unter Verwendung einer zu ratenden speziellen Lösung und der homogenen Lösung. Bestimmen Sie die Konstanten für die Anfangsbedingungen aus (b).

(d) Welches Stück l_0 der Kette muss anfangs überhängen, damit die Kette von selbst ins Rutschen kommt?

Bitte Rückseite beachten!⟶

M **Aufgabe 12 (4 Punkte)**: *Potentiale* **(mündlich 1+1+1+1)**
Gegeben sind folgende Potentiale

(a)	$U(x) = \begin{cases} \infty & x < 0 \\ mgx & x > 0 \end{cases}$	(freier Fall)
(b)	$U(x) = (x - x_0)^2 (x + x_0)^2$	(anharmonischer Oszillator)
(c)	$U(x) = -\omega \cos(x)$	(Pendel)
(d)	$U(x) = 4\epsilon \left(\left(\frac{x_0}{x}\right)^{12} - \left(\frac{x_0}{x}\right)^{6} \right) \quad (x > 0)$	(Lennard-Jones-Potential)

Geben Sie die stabilen und instabilen Ruhelagen an. In welchen Punkten wird der Betrag der Geschwindigkeit maximal/minimal? Für welche Energien kommt es zu Schwingungen? Zeichnen Sie qualitativ die Phasenporträts.