Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik 29. Oktober 2019
http://www.itp.tu-berlin.de Direktzugang: 208081

VL: Dr. Anna Zakharova
UE: Dr. Mohsen Khadem

3. Übungsblatt zur Theor. Physik VI: Nichtgleichgewichtsstatistik

Abgabe: Mi 20.11.2019. Die Abgabe erfolgt in **3er Gruppen**.
Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Der Code der Programmieraufgaben kann per E-Mail eingereicht werden. Die Abgabe soll in 3er Gruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen und Matrikelnummern an.

Aufgabe 5 (5 Punkte): *Diffusion in a gravitational field*

A strongly damped Brownian particle moving in a constant gravitational field (strength g) is described by the Fokker-Planck equation

$$\frac{\partial}{\partial t}p = \frac{\partial}{\partial x}(gp) + D\frac{\partial^2}{\partial x^2}p$$

Solve for stationary distribution $p^*(x)$ on the interval (a, b) with reflecting boundaries. What conditions does normalisability place on a and b? By comparing your solution with what you know from *equilibrium* statistical physics, relate the diffusion constant D to temperature.

Aufgabe 6 (4 Punkte): *Wiener process with absorbing boundaries*

By making an appropriate series Ansatz, solve Fokker-Planck equation $\frac{\partial}{\partial t}p = D\frac{\partial^2}{\partial x^2}p$ for $p(x,t)$ on the interval $(0, 1)$ with absorbing boundary conditions such that $p(0,t) = p(1,t) = 0$. What would be the analogous conditions for reflecting boundaries and what Ansatz would one make in that case?

Aufgabe 7 (6 Punkte): *Ornstein-Uhlenbeck Process*

The Fokker-Planck equation for the Ornstein-Uhlenbeck process reads

$$\frac{\partial}{\partial t}p = \frac{\partial}{\partial x}(kxp) + D\frac{\partial^2}{\partial x^2}p$$

1. With $k > 0$ and $x \in (-\infty, \infty)$ show that the moment generating function is

$$\phi(s,t) = Z(is,t) := \int_{-\infty}^{\infty} dx e^{isx} p(x,t) = exp[-\frac{Ds^2}{2k}(1 - e^{-2kt})]$$

   for initial condition $p(x, 0) = \delta(x)$.

2. With $k < 0$, find the stationary distribution $p^*(x)$ on the interval $(-a, a)$ subject to periodic boundary conditions.

Aufgabe 8 (5 Punkte): *Kramers-Moyal expansion for the symmetric random walk*

Consider the master equation of the symmetric random walk

$$\dot{p_n} = p_{n+1} + p_{n-1} - 2p_n$$

For large n, p_n can be approximated as a continuous function of n, and we can approximate the master equation by performing a Taylor expansion of $p_{n\pm1}$ about n to second order. Solve the resulting Fokker-Planck equation for $p_n(t)$ and compare graphically with the solution of the full master equation (at both long and short times).

Vorlesung:	• Montag 12:15 Uhr – 13:45 Uhr im EW 203. • Mittwoch 10:15 Uhr – 11:45 Uhr im EW 203.
Übung:	• Mittwoch, 14:00 – 16:00 Uhr im EW 229.
Anmeldung:	Die Punkteverteilung und Scheinvergabe zu der Vorlesung "Statistische Physik im Nichtgleichgewicht" erfolgt über das Moseskontosystem: `https://moseskonto.tu-berlin.de/moseskonto`.
Webseiten:	• Details zur Vorlesung, Vorlesungsmitschrift und aktuelle Informationen sowie Sprechzeiten auf der Webseite unter: `https://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ws_201920/wahlpflichtveranstaltungen_master/statistische_physik_im_nichtgleichgewicht//`
Scheinkriterien:	• Mindestens 50% der Übungspunkte. (Abgabe in Dreiergruppen). • Bearbeitung und Vorstellung eines Projektes (Projektvorstellung in der letzten Vorlesungswoche). • Regelmäßige und aktive Teilnahme in der Übung.
Kontakte:	• Dr. Anna Zakharova, ER 244, 314-28948, `anna.zakharova@tu-berlin.de`, Sprechzeiten nach Vereinbarung • Dr. Mohsen Khadem EW 266, 314-28849, `jebreiilkhadem@physik.tu-berlin.de`, Sprechzeiten Do. 16:00-17:00