

12. Übungsblatt zur Allgemeinen Relativitätstheorie II

Abgabe: Montag, den 15. Februar 2021 vor der Übung
Ausgabe: Montag, den 01. Februar 2021

Insgesamt 10 Punkte

Instabilität des Einstein-Kosmos

Zeigen Sie, dass der durch

$$\frac{k}{S_E^2} = \frac{4\pi G}{c^4}(\mu + p) \quad (1)$$

$$\Lambda = \frac{4\pi G}{c^4}(\mu + 3p) \quad (2)$$

definierte Einstein-Kosmos, mit $k = 1$ und $S_E = const$, $\dot{S} = \ddot{S} = 0$, instabil ist gegenüber kleinen Störungen der Form $S_0 \rightarrow S_0 + \delta S$, $\mu_0 \rightarrow \mu_0 + \delta\mu$. Nehmen Sie dazu eine allgemeine Zustandsgleichung $p = \omega\mu$ mit $\omega = const$ an, und benutzen Sie die Friedmann-Gleichung

$$\frac{\dot{S}^2}{S^2} + \frac{c^2}{S^2} - \frac{c^2\Lambda}{3} = \frac{8\pi G}{3c^2}\mu \quad (3)$$

und die Energiebilanz-Gleichung

$$\dot{\mu} + 3\frac{\dot{S}}{S}(\mu + p) = 0. \quad (4)$$

Zeigen Sie zuerst mit Hilfe der Energiebilanz-Gleichung, dass die Störungen von S und μ gekoppelt sind. Untersuchen Sie dann die Entwicklung der Störung in linearer Ordnung (was passiert da?) und in der zweiten Ordnung.

Eine Kommentierung Ihres Vorgehens wird erwartet! Dafür gibt es auch Punkte!

Falls es Fragen gibt, bin ich per Mail erreichbar:
gerold.schellstede@campus.tu-berlin.de